2目的最適塑性設計のトレードオフ手法に関する一考察

九州共立大学工学部　正　員　三原　徹治
同　　上　○学生員　宮良　隼人
九州大学工学部　正　員　千々岩浩巳

1．緒　言

骨組構造物の最適塑性設計は、従来、最小重量設計法と最大荷重設計法とが別個に行われてきた。両設計手法とも、その設計基本式は単一目的の線形問題として定式化され、その解はＬＰにより容易に求められる。しかし、いずれも「目的」として認識される安全性と経済性のうち、どちらか一方を「目的」として残し他を「制約」に置換えるため、必ずしも設計者の意図する設計が得られない場合がある。この難点を、両目的を同時に追求することにより解決しようとする設計手法として、２目的最適塑性設計法が提案されている[1]。すなわち、２目的線形計画問題として表される設計基本式を満足化トレードオフ法[2]を適用して解くものであり、従来の設計法と同様にＬＰを用いるため解の保証性が高い、Pareto解(ある目的を改善しようとすると他の目的が犠牲とならざるを得ない解)は設定する理想点，希求水準に依存するが、その値は任意であるため設計者が満足する設計が得られるまで設計変更(トレードオフ)が容易であるなどの特徴を有する。

本研究は、この２目的最適塑性設計法のトレードオフをより効率的に行う設計手法を提示することを目的とする。すなわち、先の２目的最適設計問題の解を吟味することにより見出された解特性を利用して最適化計算を必要としないトレードオフ法を示し、さらに最小重量設計法を組込んだ簡便な設計手法を提案する。最後に数値計算を行い、本法の妥当性を示す。

2．最適化計算を必要としないトレードオフ法と簡便な設計手法

(1)設計基本式　比例荷重を受ける骨組構造物の安全性と経済性の評価指標に、崩壊荷重係数と構造総重量をそれぞれ選び、いずれをも「目的」として追求する２目的最適塑性設計問題は、次のように定式化される。

目的関数：$\alpha \rightarrow \max.,\quad W \rightarrow \min.$　―――― (1a, b)

制約条件：$\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{Q}-\alpha\boldsymbol{F}=\boldsymbol{0},\quad \boldsymbol{N}^T\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{R}^T\boldsymbol{X}\leqq\boldsymbol{0},\quad \boldsymbol{X}^L\leqq\boldsymbol{X}\leqq\boldsymbol{X}^U$　―――― (1c, d, e)

ここに、式(1)はすべて未知数の線形式で構成され、式(1c)~(1e)の制約条件を満たしながら、安全性を追求する式(1a)および経済的な設計を図る式(1b)という２目的関数を有する、２目的線形最適化問題を示している。ただし、Wは構造重量、αは崩壊荷重係数、$\boldsymbol{C}$は適合マトリックス、$\boldsymbol{Q}$は内力ベクトル、$\boldsymbol{F}$は基準とする外力ベクトル、$\boldsymbol{N}$は降伏面における単位法線マトリックス、$\boldsymbol{R}$は塑性容量の１次微係数マトリックス、$\boldsymbol{X}$は設計変数ベクトル、$\boldsymbol{X}^L(\boldsymbol{X}^U)$は設計変数の下限値(上限値)ベクトルであり、Tは転置を示す記号である。なお、式(1c)は内力$\boldsymbol{Q}$と外力$\alpha\boldsymbol{F}$がつり合うという平衡条件を、式(1d)は内力$\boldsymbol{Q}$が塑性容量$\boldsymbol{R}^T\boldsymbol{X}$を越えないという降伏条件を、式(1e)は設計変数の上・下限値制約をそれぞれ示している。

(2)満足化トレードオフ法による解法　多目的計画問題の解は、通常、一意に定まらずPareto解集合を形成する。満足化トレードオフ法は、各目的に対して任意の理想点，希求水準を設定することによりPareto解集合の１点を求めることができる解法である。その補助的スカラ化手法を式(1)に適用すると式(2)に示す単一目的線形計画問題が得られる。なお、添字ＡおよびＳはそれぞれ希求水準と理想点を示し、これらの設定値を変えることにより設計変更(トレードオフ)を行うことができる。

目的関数：$Z=\max(Z_W, Z_\alpha) \rightarrow \min.$　―――― (2a)

制約条件：$\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{Q}-\alpha\boldsymbol{F}=\boldsymbol{0},\quad \boldsymbol{N}^T\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{R}^T\boldsymbol{X}\leqq\boldsymbol{0},\quad \boldsymbol{X}^L\leqq\boldsymbol{X}\leqq\boldsymbol{X}^U$　―――― (2b, c, d)

$W-(W_A-W_S)Z\leqq W_S,\quad \alpha-(\alpha_A-\alpha_S)Z\geqq\alpha_S$　―――― (2e, f)

ただし、$Z_W=(W-W_S)/(W_A-W_S),\quad Z_\alpha=(\alpha-\alpha_S)/(\alpha_A-\alpha_S)$　―――― (2g, h)

(3)解特性と最適化計算を必要としないトレードオフ法　式(2)に示す設計問題は任意の理想点，希求水準を設定すればＬＰを用いて容易に解くことができる。しかし、大規模な構造へ適用する場合や数多くの設計

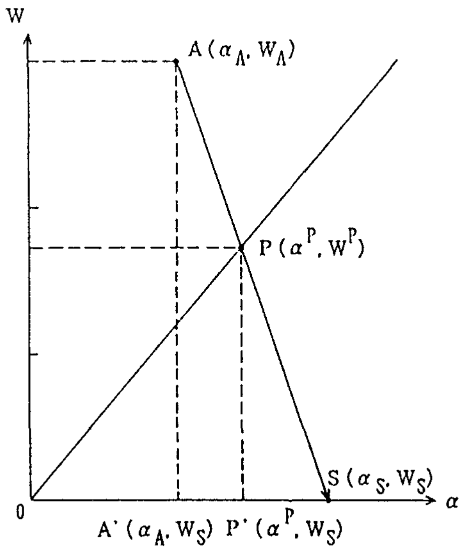
変更が予想される場合などには最適化計算を用いずトレードオフが行えれば非常に便利である。種々の数値計算結果から式(1)に示す2目的問題のPareto解集合は、図-1に示すような原点を始点とする半直線であり、この半直線と理想点S～希求水準点A直線(あるいは延長線)との交点としてPareto解Pが得られることがわかった。よって、X^*, W^*を基準とする外力Fに対する最小重量設計値および構造重量とすると、任意の理想点(ただし、$W_S=0.0$)，希求水準に対するPareto解α^P, X^P, W^Pは式(3)によって求めることができ、最適化計算を行うことなくトレードオフを行うことができる。

$$\alpha^P = W_A \alpha_S / \{(\alpha_S - \alpha_A) W^* - W_A\}, \quad X^P = \alpha^P X^*, \quad W^P = \alpha^P W^* \qquad (3)$$

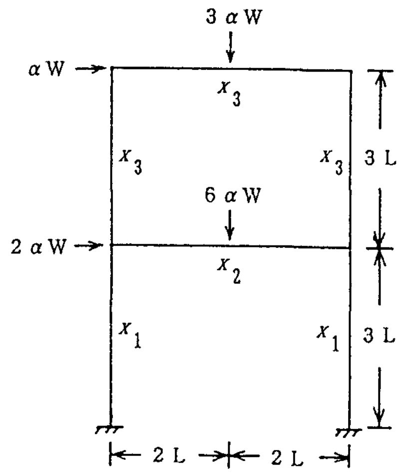
(4)簡便な設計手法　式(3)と最小重量設計法とを組合わせると逐次ＬＰ計算を行う方法に比較して簡便な設計手法が得られる。その設計流れを図-2に示す。

3．数値計算例による妥当性の検討

本法の妥当性を検討するために、図-3に示すラーメン構造の設計を、本法およびＬＰ計算を必要とする式(2)による方法を用いて行った。$W_S=0.0$, $\alpha_S=10.0$, $W_A=51.0WL^2$に設定し、α_Aを変化させたときの両解法による設計結果を表-1に示す。両解法による解は全く一致し、本法の妥当性が検証された。



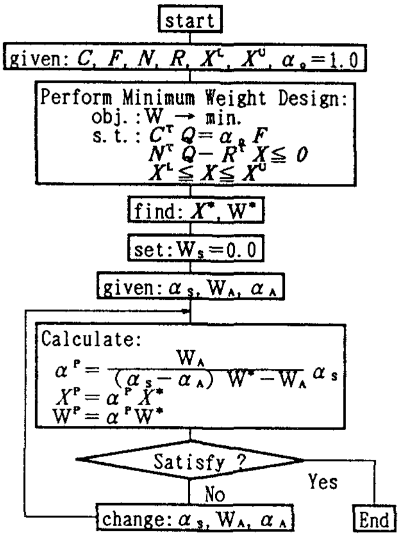
図－1　満足化トレードオフ法における理想点，希求水準とPareto解の関係



図－3　構造・載荷形式

表－1　設計結果($W_S=0.0$, $\alpha_S=10.0$, $W_A=51.0WL^2$)

	簡便な設計法による解					ＬＰを用いた式(2)による解				
α_A	X_1^P	X_2^P	X_3^P	α^P	W^P	X_1^P	X_2^P	X_3^P	α^P	W^P
1.0	3.000	4.500	1.500	1.000	51.00	3.000	4.500	1.500	1.000	51.00
1.2	3.006	4.509	1.503	1.002	51.10	3.006	4.509	1.503	1.002	51.10
1.4	3.012	4.518	1.506	1.004	51.20	3.012	4.518	1.506	1.004	51.20
1.6	3.018	4.527	1.509	1.006	51.31	3.018	4.527	1.509	1.006	51.31
1.8	3.024	4.536	1.512	1.008	51.41	3.024	4.536	1.512	1.008	51.41
2.0	3.030	4.545	1.515	1.010	51.52	3.030	4.545	1.515	1.010	51.52
unit:	(WL)	(WL)	(WL)		(WL^2)	(WL)	(WL)	(WL)		(WL^2)



図－2　簡便な設計手法

参考文献　1)三原:満足化ﾄﾚｰﾄﾞｵﾌ法による骨組構造の最適塑性設計，第2回ｼｽﾃﾑ最適化に関するｼﾝﾎﾟｼﾞｳﾑ論文集，1991.11.　2)中山:多目的計画に対する満足化ﾄﾚｰﾄﾞｵﾌ法の提案，計測自動制御学会論文集，1984.1.