

骨組構造の多目的最適塑性設計法に関する一考察

九州共立大学工学部 正 員 三原 徹治

同 上 ○学生員 山崎 圭輔

同 上 学生員 真喜志康人

1. 緒 言

部材要素の挙動を剛塑性体と仮定し、構造物が塑性崩壊する荷重（塑性崩壊荷重）に対する安全性を保証する塑性設計は、塑性解析の下界定理によれば、外力と内力のつり合いを示す平衡条件と各内力がその塑性容量を越えないという降伏条件とを満足する部材断面を決定することにより実現される。その最適化を図るため、従来、比例荷重（荷重の変化は比例的）を仮定した最小重量設計（安全性を制約として経済性の向上を目的）と最大荷重設計（経済性を制約とし安全性の向上を目的）がそれぞれ別個に行われてきたが、著者らは経済性と安全性はともに設計の目的であるという観点からそれらを同時に追求する2目的最適化問題を提示した¹⁾。また、対象構造によっては比例荷重を仮定することが困難な場合も多いことから、非比例荷重の場合の塑性解析法を多目的最適化問題として提案している²⁾。

本研究は、上記研究^{1), 2)}を統合することにより、比例荷重を仮定することが困難な場合の最適塑性設計法を提案するものであり、多目的問題としての設計基本式の定式化、満足化トレードオフ法による解法を示し、Pareto解として得られる最適解の特性を検討する。

2. 設計基本式と解法

構造物に作用する荷重が比例荷重とみなせない場合（非比例荷重）に、ちょうど塑性崩壊が生起するような荷重量（塑性崩壊荷重）を求めることは、荷重増分量の設定やその順番などに影響されるため一般に困難であるが、「非比例荷重を複数の比例荷重の重ね合せ」と仮定すると、崩壊荷重解析の基本式が、変動の対象とする荷重係数 α_i ($f=1..K$, K は変動の対象とする荷重系の総数)の最大化を図る多目的最適化問題として得られる¹⁾。一方、設計の経済性を示す指標として構造重量 W を選べば、経済性の追求は W の最小化として表される²⁾。よって、非比例荷重下において安全性と経済性を同時に追求する最適塑性設計は、式(1)のように平衡条件

(式(1c))と降伏条件(式(1d))を満足して、式(1a), (1b)に示す複数の目的関数を

最大あるいは最小にするように未知量 X , α_i ($f=1..K$), Q を決定する問題として定式化することができる。ここに、 C は適合マトリックス、 Q は内力（断面力）ベクトル、 F_i , α_i はそれぞれ f 番目の荷重系の基本となる荷重ベクトルおよび荷重係数、 X は設計変数ベクトル、 a は構造重量換算

係数ベクトル、 N は降伏面における単位法線マトリックス、 R は塑性容量の1次微係数マトリックス、 I は作用荷重系の総数（すなわち、 $f=K+1..I$ の荷重系についてはその荷重係数値をある値に固定する方が変動の対象とするより適切な場合を考慮している）であり、上付き添字 T は転置マトリックスを示す記号である。

式(1)は多目的線形計画問題であり、その解はPareto解（ある目的を改善しようとする他の目的が犠牲とならざるを得ない解）として得られることになる。その解法は種々提案されているが、ここでは式(1)に満足化トレードオフ法³⁾を適用し、式(2)のように変換する。ここに、 Z ($=\max(Z_{\alpha_i}, (f=1..K), Z_w)$) は問題全

目的関数:	$\alpha_i \rightarrow \max.$ ($f=1..K$)	 (1a)
制約条件:	$W = a^T X \rightarrow \min.$	 (1b)
	$C^T Q - \sum_{f=1}^K \alpha_i F_i = \begin{cases} \sum_{f=K+1}^I \alpha_i F_i & (K \neq I) \\ 0 & (K = I) \end{cases}$	 (1c)
	$N^T Q - R^T X \leq 0$	 (1d)
目的関数:	$Z \rightarrow \min.$	 (2a)
制約条件:	$C^T Q - \sum_{f=1}^K \alpha_i F_i = \begin{cases} \sum_{f=K+1}^I \alpha_i F_i & (K \neq I) \\ 0 & (K = I) \end{cases}$	 (2b)
	$N^T Q - R^T X \leq 0$	 (2c)
	$\alpha_i - (\alpha_{iA} - \alpha_{iS}) Z \geq \alpha_{iS}$ ($f=1..K$)	 (2d)
	$a^T X - (W_A - W_S) Z \leq W_S$	 (2e)

係数ベクトル、 N は降伏面における単位法線マトリックス、 R は塑性容量の1次微係数マトリックス、 I は作用荷重系の総数（すなわち、 $f=K+1..I$ の荷重系についてはその荷重係数値をある値に固定する方が変動の対象とするより適切な場合を考慮している）であり、上付き添字 T は転置マトリックスを示す記号である。

式(1)は多目的線形計画問題であり、その解はPareto解（ある目的を改善しようとする他の目的が犠牲とならざるを得ない解）として得られることになる。その解法は種々提案されているが、ここでは式(1)に満足化トレードオフ法³⁾を適用し、式(2)のように変換する。ここに、 Z ($=\max(Z_{\alpha_i}, (f=1..K), Z_w)$) は問題全

体の満足度、 $Z_{s1} = ((\alpha_1 - \alpha_{1s}) / (\alpha_{1A} - \alpha_{1s}))$ ， α_{1s} ， α_{1A} はそれぞれ荷重係数 α_1 の最大化に関する満足度，理想点，希求水準、 $Z_w = ((a^T X - W_s) / (W_A - W_s))$ ， W_s ， W_A は W の最小化に関する満足度，理想点，希求水準である。

3. 数値計算例による解特性の検討

本提案法を図-1(a)に示す門形ラーメン(X_1 ， X_2 は設計変数で全塑性モーメント， $L=4.0\text{m}$)に適用した。設計荷重系には最も基本的な2荷重系、すなわち、図-1(b)に示す荷重係数 α_1 に比例する水平荷重系($f=1$ ， $P_1=10.0\text{tf}$)と図-1(c)に示す荷重係数 α_2 を乗じた垂直荷重系($f=2$ ， $P_2=10.0\text{tf}$)がそれぞれ変動する($K=2$)場合を設定した。

理想点を(W_s ， α_{1s} ， α_{2s})=(0.0，10.0，10.0)と固定し、希求水準を(W_A ， α_{1A} ， α_{2A})=(200.0，1.0~3.0，2.0)と α_{1A} のみを変化させたときの α_{1A} と得られた最適解(上付き添字Pで示す)の関係を表-1に示す。水平荷重系に関する安全性への要求が比較的低い $\alpha_{1A} < 2.0$ のときには、いずれの場合にも $X_1^P < X_2^P$ および $\alpha_1^P < \alpha_2^P$ であり、はり断面が柱断面より大きい垂直荷重系に対する安全性を重視した解が得られるが、 α_{1A} を大きくすると α_1^P は増大し、 α_2^P は減少傾向を示す。両荷重系の安全性に関する要求が等しい($\alpha_{1A} = \alpha_{2A} = 2.0$)とき、 $\alpha_1^P = \alpha_2^P = 1.724$ ， $X_1^P = X_2^P = 17.24\text{tf}\cdot\text{m}$ であり、 α_{1A} を2.0より大きくすると α_1^P はさらに増大し、 α_2^P が減少するため $\alpha_1^P > \alpha_2^P$ と大小関係が逆転する。全般に α_{1A} を大きくすると W^P も増加傾向を示しており、水平荷重に対する安全性の向上が、経済性のみならず垂直荷重系に対する安全性をも犠牲にするという各目的間のトレードオフの関係が認められる。

また、理想点、希求水準を種々変化させて得られる最適解はすべて図-2(図中、破線は $W^P=80.0$ の場合の等重量線を示す)に示す2平面上の点であることがわかり、この2平面が本例における Pareto 解集合を表していることが認められた。

表-1 α_{1A} ～最適値関係

α_{1A}	X_1^P	X_2^P	α_1^P	α_2^P	W^P
1.0	12.90	22.58	1.290	2.258	193.55
1.2	13.73	21.57	1.373	2.157	196.08
1.4	14.57	20.53	1.457	2.053	198.68
1.6	15.44	19.46	1.544	1.946	201.34
1.8	16.33	18.37	1.633	1.837	204.08
2.0	17.24	17.24	1.724	1.724	206.90
2.2	17.61	17.61	1.761	1.549	211.27
2.4	17.99	17.99	1.799	1.367	215.83
2.6	18.38	18.38	1.838	1.176	220.59
2.8	18.80	18.80	1.880	0.977	225.56
3.0	19.23	19.23	1.923	0.769	230.77
	tf・m	tf・m			tf・m ²

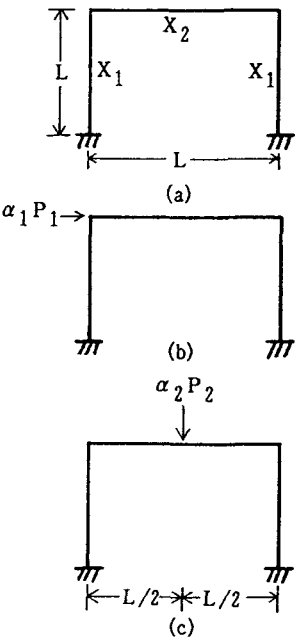


図-1 構造・載荷形式
(a)構造形式 (b)水平荷重系($f=1$)
(c)垂直荷重系($f=2$)

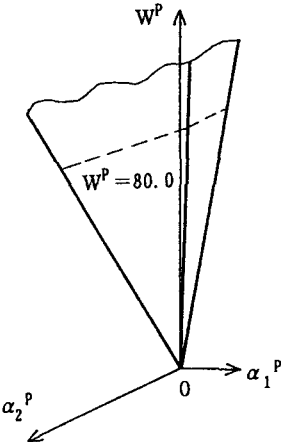


図-2 Pareto解集合

参考文献 1)三原徹治:満足化トレードオフ法による骨組構造の最適塑性設計,第2回システム最適化に関するシンポジウム論文集,1991. 2)三原徹治他:満足化トレードオフ法による骨組構造の塑性解析法,土木学会西部支部講概集,1992. 3)中山弘隆:多目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案,計測自動制御学会論文集,第20巻第1号,1984.