

## 離散変数による最小重量設計の一解法

九州共立大学工学部 正 員 三原 徹治  
同 上 ○学生員 當眞 剛  
九州大学工学部 正 員 千々岩浩巳

**1. 緒 言** 設計の良否(優劣)を判定するための明確な規準(最適性規準)を設け、その規準を追求する最適設計法の解法には、主として連続変数を対象とする数値計画法が用いられる。しかし、設計値を連続量とすることが現実的でない場合も多い。例えば、構造部材に既製形鋼を使用する設計においては、可能設計値は離散値として取扱う必要がある。このような観点から、離散変数による最適設計法が種々提案されているが、一般的な解法アルゴリズムは未だ確立されていない状態にある<sup>1)</sup>。すなわち、最も基本的とされる陽的列挙法では離散値データが多くなると比較検討すべき組合せ数が膨大になり、実用的な方法とされている分枝限定法では各ノードにおける最適化計算の解の保証性が問題となる(特に非線形計画問題の場合)。

本研究は、最小重量設計を対象として、連続変数による最適解と離散変数によるそれとの一般的な関係を利用して離散変数による最小重量設計を効率的に実現する手法を提示するものである。その方法は陽的列挙法を基礎とし、まず、連続変数による最適解とひとつの離散変数による可能解(連続変数による最適解の1ランク上の設計)を求め、以下、離散値データの組合せから簡単に算出できる構造重量の値がある条件を満足する場合にだけ構造解析を行い安全性等の検討を行うという一連の手順をすべての組合せについて繰返すことにより最適離散設計を決定するものである。簡単な計算例により本法の妥当性、有用性を示す。

**2. 離散変数による最小重量設計**

(1)最小重量設計法 最小重量設計法は、構造設計に要求される安全性や設計上の制限(以下、安全性等と表現する)を満足する可能設計のうち、式(1)に示す構造重量 $W$ を最小にする設計を“最適”とする手法である。ただし、 $X$ は設計変数ベクトル、 $a$ は重量換算係数ベクトル、上付き添字 $T$ は転置を示す記号である。

$$W = a^T X \quad \text{----- (1)}$$

ここで、任意の $X$ による構造重量 $W$ は単純な計算で得ることができ、「(3)解法」で述べるように離散値データによる $W$ 値を最適性の判断の規準とする場合にも、その計算量は通常の構造解析計算や最適化計算に比較して格段に小さくてすむ。

**(2)連続・離散変数による設計とその構造重量の関係**

いま、連続変数による設計を連続設計、離散変数による設計を離散設計と呼べば、最小重量設計問題では最適連続設計は、設計変数の自由度が大きな状態で安全性等を満足しながら構造重量の最小化を追求する解であるため、その構造重量 $W^c$ は安全性等を満足する離散設計(可能離散設計)が与える構造重量のいずれに比しても小さいか等しい。一方、最適連続設計の設計変数値を、その値を下回ることなく、しかも最も小さな離散値に置換した離散設計(最適連続設計の1ランク上の設計)は、常に安全性等を満足することから可能離散設計のひとつであり、その構造重量 $W^p$ は先の $W^c$ より大きい等しい。よって、可能離散解の中で最も小

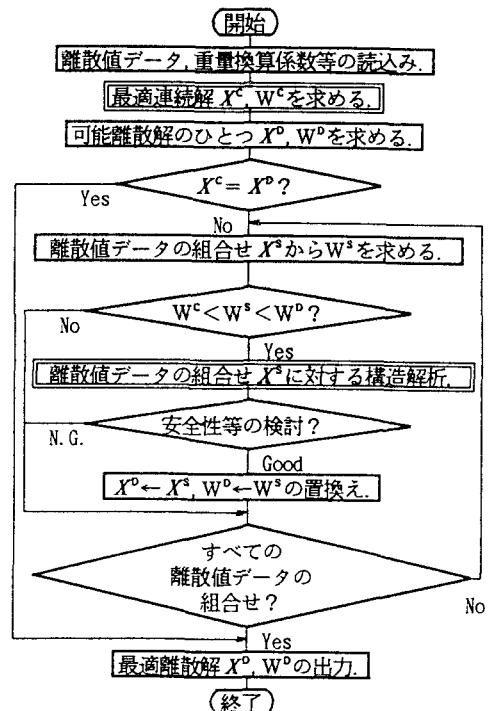


図-1 解法アルゴリズム

さな構造重量を与える最適離散設計の構造重量 $W^{**}$ は、式(2)の関係を満足する。

$$W^* \leq W^{**} \leq W^p \quad \text{-----} \quad (2)$$

換言すれば、ある離散値データの組合せ(設計の候補)による構造重量 $W$ が式(2)を満足しない場合は、その組合せが最適離散設計値となる可能性は全くないので、安全性等に関する検討も不要となる。

(3)解法 (2)の関係を考慮すれば、陽的列挙法を基礎とする解法アルゴリズムは図-1(最適化計算および構造解析計算を要する部分は二重線で表示)に示すようになり、安全性等を検討するための構造解析を行う場合が限定されるため、通常の陽的列挙法に比較すると構造解析回数が極めて少なくてすみ、効率化を図ることができる。また、本法ではただ1回だけの最適化計算しか必要としないため、数多くの最適化計算を必要とする分枝限定法より計算量が大幅に縮小される。

3. 計算例 本法の妥当性、有用性を検討するため、図-2に示す3部材トラス(応力制約のみ考慮(許容応力度=1400kgf/cm<sup>2</sup>), 設計荷重 $P=10.0 \sim 60.0$ tf)の最小重量設計(ただし、単位重量を一定として構造体積最小化)を、設計変数に選んだ断面積について表-1に示す40種類の離散値データを用いて行った。最適連続設計値および本法による離散設計値の履歴並びに構造解析回数を表-2に示す。選択された可能離散設計の構造体積が順次減少し、最終的には、別途行った陽的列挙法による最適解と一致する設計を得ており本法の妥当性を確認した。また、必要な構造解析回数は、陽的列挙法では1600回であるのに対し、本法では最大47回( $P=20.0$ tfの場合)、 $P=40.0$ tfの場合にはわずか3回であり、離散値データの与え方にもよるが、本法が計算効率の点において極めて有用であることが認められる。

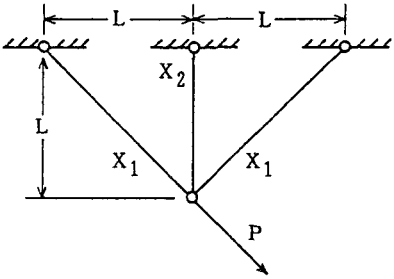


図-2 3部材トラス

表-1 離散値データ(断面積 cm<sup>2</sup>)

|       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1.238 | 1.583 | 1.799 | 2.291 | 2.919 |
| 3.345 | 3.510 | 4.025 | 4.205 | 4.564 |
| 5.760 | 6.465 | 7.100 | 7.349 | 7.591 |
| 8.636 | 9.085 | 9.892 | 10.69 | 11.17 |
| 12.26 | 12.52 | 15.17 | 15.40 | 15.52 |
| 17.07 | 19.12 | 19.13 | 22.72 | 25.16 |
| 25.22 | 26.32 | 29.17 | 29.94 | 30.01 |
| 34.79 | 34.82 | 39.61 | 40.40 | 46.03 |

表-2 計算結果

| 設計値 | 10.0tf          |                 |                 |                     |                |                | 20.0tf |                |                |                |                |                | 30.0tf |                |                |                |                |                |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------|----------------|----------------|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|     | V/L             | X <sub>1</sub>  | X <sub>2</sub>  | σ <sub>1</sub>      | σ <sub>2</sub> | σ <sub>3</sub> | V/L    | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | σ <sub>1</sub> | σ <sub>2</sub> | σ <sub>3</sub> | V/L    | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | σ <sub>1</sub> | σ <sub>2</sub> | σ <sub>3</sub> |
| 連続解 | 18.850          | 5.633           | 2.916           | 1400                | 1025           | -375           | 37.699 | 11.275         | 5.832          | 1400           | 1025           | -375           | 56.549 | 16.90          | 8.748          | 1400           | 1025           | -375           |
| 離①  | 19.211          | 5.760           | 2.919           | 1374                | 1011           | -362           | 41.142 | 12.26          | 6.465          | 1283           | 935            | -348           | 57.366 | 17.07          | 9.085          | 1380           | 1003           | -377           |
| 離②  |                 |                 |                 |                     |                |                | 40.239 | 9.892          | 12.26          | 1378           | 873            | -644           | 56.917 | 17.07          | 8.636          | 1391           | 1024           | -367           |
| 離③  |                 |                 |                 |                     |                |                | 38.872 | 10.69          | 8.636          | 1372           | 873            | -499           |        |                |                |                |                |                |
| 離④  |                 |                 |                 |                     |                |                | 38.059 | 11.17          | 6.465          | 1388           | 985            | -403           |        |                |                |                |                |                |
| 解析数 | 8               |                 |                 |                     |                |                | 47     |                |                |                |                |                | 6      |                |                |                |                |                |
| 設計値 | 40.0tf          |                 |                 |                     |                |                | 50.0tf |                |                |                |                |                | 60.0tf |                |                |                |                |                |
|     | V/L             | X <sub>1</sub>  | X <sub>2</sub>  | σ <sub>1</sub>      | σ <sub>2</sub> | σ <sub>3</sub> | V/L    | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | σ <sub>1</sub> | σ <sub>2</sub> | σ <sub>3</sub> | V/L    | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | σ <sub>1</sub> | σ <sub>2</sub> | σ <sub>3</sub> |
| 連続解 | 75.399          | 22.53           | 11.66           | 1400                | 1025           | -375           | 94.249 | 28.17          | 14.58          | 1400           | 1025           | -375           | 113.10 | 33.80          | 17.50          | 1400           | 1025           | -375           |
| 離①  | 76.522          | 22.72           | 12.26           | 1380                | 999            | -381           | 97.675 | 29.17          | 15.17          | 1351           | 988            | -363           | 117.61 | 34.82          | 19.12          | 1347           | 970            | -377           |
| 離②  | 75.432          | 22.72           | 11.17           | 1400                | 1039           | -361           | 97.483 | 25.16          | 26.32          | 1394           | 802            | -593           | 113.66 | 34.82          | 15.17          | 1395           | 1066           | -329           |
| 離③  |                 |                 |                 |                     |                |                | 97.164 | 26.32          | 22.72          | 1378           | 855            | -522           | 113.57 | 34.79          | 15.17          | 1396           | 1067           | -329           |
| 離④  |                 |                 |                 |                     |                |                | 94.765 | 29.17          | 12.26          | 1395           | 1075           | -320           |        |                |                |                |                |                |
| 解析数 | 3               |                 |                 |                     |                |                | 12     |                |                |                |                |                | 15     |                |                |                |                |                |
|     | cm <sup>2</sup> | cm <sup>2</sup> | cm <sup>2</sup> | kgf/cm <sup>2</sup> |                |                |        |                |                |                |                |                |        |                |                |                |                |                |

4. 結言 本研究では、可能設計値が離散値として与えられる場合の最小重量設計を可能にする一解法の開発を企図し、連続・離散変数による設計とその構造重量の関係から陽的列挙法と連続変数による最適化を組合せた解法アルゴリズムを提案した。簡単な構造を対象とした数値計算結果の陽的列挙法との比較から、本法の妥当性と有用性を確認することができた。今後、適用性・応用性などに関してさらに検討を進める予定である。

参考文献 1)土木学会:構造システムの最適化～理論と応用～, pp.101～106, 1988. 9.