

断面変形を考慮したはり要素による 薄肉開断面部材の有限変位解析

九州大学 正会員 ○丸山義一

九州大学 正会員 彦坂 熙

1. 緒言

著者らは先に、任意の多角形状薄肉開断面をもつ部材が任意荷重を受ける場合の、断面形状の変化およびそれに伴う断面内直応力を考慮した拡張棒理論¹⁾を提示し、その有効性について検討してきた。本報はこの理論をハット形断面部材に適用し、その有限変位挙動に及ぼす断面変形の影響を拡張はり要素を用いた有限要素法により1次元的に解析するものである。但し、材料的非線形性は考慮しないものとする。

2. 断面変形を考慮したはり要素の線形初期剛性行列

図-1のような長さ L 、両端単純支持の1軸対称ハット形断面部材を対象とする。任意断面における上フランジとウェブの2交点に働く y 方向の対称集中荷重($P/2$)を一定に保ち、軸圧縮力 N だけを増加させるものとする。また、両端断面における断面変形は拘束されるものとする。本解析では断面形状の変化を考慮するために、図-2に示すような断面変形に関する節点とモードを設定する。このとき、任意の拡張はり要素 $i-j$ (長さ l)の線形初期剛性行列は1要素断面につき5自由度の変位、すなわち i 端断面における図心 C の z 軸方向変位 w_i 、せん断中心 S の y 軸方向変位 v_i と v_i' および断面変形角 θ_{1i} と θ_{1i}' を用いて文献1)より次式で得られる。ただし、 $(\cdot')$ は z に関する1次の微係数を表す。

$$k_a v_a = S_a \quad (1)$$

ただし、

$$k_a = \begin{bmatrix} k_a & 0 & k_{H1a} \\ & k_{1x} & k_{H1x} \\ S Y M. & & k_{HJf} \end{bmatrix}, \quad v_a = \begin{Bmatrix} w \\ v \\ \theta_1 \end{Bmatrix}, \quad S_a = \begin{Bmatrix} N \\ M \\ M_1 \end{Bmatrix}$$

$$k_{HJf} = k_{H11} + k_{J11} + k_{f11}$$

$$w = (w_i \ w_j)^T,$$

$$N = (N_i \ N_j)^T$$

$$v = (v_i \ v_i' \ v_j \ v_j')^T,$$

$$M = (Q_i \ M_i \ Q_j \ M_j)^T$$

$$\theta_1 = (\theta_{1i} \ \theta_{1i}' \ \theta_{1j} \ \theta_{1j}')^T,$$

$$M_1 = (M_{z1i} \ M_{\phi1i} \ M_{z1j} \ M_{\phi1j})^T$$

$$H_{1a} = \int_A \phi_1 dA,$$

$$H_{1x} = \int_A \phi_1 y dA,$$

$$H_{11} = \int_A \phi_1^2 dA$$

ここに、 A 、 I_x は要素の断面積と x 軸まわりの断面2次モーメントである。一方、この場合の断面変形は断面一部(ウェブと下フランジ)のねじりに相当し、 ϕ_1 はその単位そり関数、 J_{11} は純ねじり定数、 f_{11} は単位の断面変形 $\theta_1 = 1$ が生じたときに単位幅 $dz = 1$ 当りのウェブが上フランジから受ける面外曲げモーメントである。また、 i 端における断面力のうち、 M_{z1i} 、 $M_{\phi1i}$ は図-3に示すような断面変形に関するトルクおよびそりモーメントであり、 N_i 、 Q_i 、 M_i は断面の軸力、せん断力、曲げモーメントである。

実験供試体($t = 3.1\text{mm}$, $h = 7.6\text{cm}$, $a = 10\text{cm}$, $b = 8\text{cm}$, $L = 1.3\text{m}$)に、 $N = 0$ で横荷重 $P = 1\text{t}$ をスパン中央断面に作用させた場合の、スパン中央より10cm離れた断面における鉛直たわみを表-1に示す。隔壁なしの場合の実験値に対する各値の比を考えると、断面剛を仮定する初等はり理論値は76%であり、この場合の鉛直たわみに及ぼす断面変形の影響度を示している。スパン中央断面に隔壁を挿入した場合の実験値は86%で、初等はり理論値より大きく、スパン中央断面に隔壁を挿入するだけでは完全に断面変形を拘束できないことがわかる。一方、式(1)より求めた本理論値は104%であり良好な精度を有している。

3. 初期剛性拡張はり要素を用いた幾何学的非線形解析

いま、図-4のように、変形前の部材要素 $i-j$ が、変形後は $i'-j'$ に変位したものとする。幾何学的非線

形解析を行うため、変形前・後の部材座標系 (y, z) と (y_n, z_n) とを区別する。増分法による前段階までの解として、要素 $i-j$ の部材座標系 (y, z) における節点変位ベクトル $\mathbf{v}_0$ が与えられれば、節点力ベクトル $\mathbf{S}_0$ は式(1)で求められる。 $\mathbf{S}_0$ は変形前の座標系 (y, z) に関するものであるが、通常はリ一柱の理論で取り扱われる程度の比較的小さな幾何学的非線形問題においては、要素分割数を多くすることにより、変形後の要素 $i'-j'$ の座標系 (y_n, z_n) に関する節点力ベクトル $\mathbf{S}_0$ の算定式として、式(1)を十分な精度で用いることができる。

変形を考慮したつり合い方程式をたてるために、 $\mathbf{S}_0$ を座標系 (y_n, z_n) から座標系 (y, z) の節点力ベクトル $\mathbf{S}$ に変換すれば、次式を得る。

$$\mathbf{S} = \mathbf{T}_n^T \mathbf{S}_0 \tag{2}$$

ここに、 $\mathbf{T}_n$ は要素 $i'-j'$ の角度 α_n によって定まる座標変換行列である。また、断面変形に伴うそりにより、部材要素端断面に働く z_n 方向直応力の成分が、断面変形に関するトルクに対して付加的に作用するが、これについては別途考慮する。

式(1)の線形関係を用い、変形の影響を上述のように考慮する有限変位解析を、微小変位(1次理論)解析に対して、本論では2次理論解析とよぶ。

非線形方程式の解法としては、荷重増分法とLopetegui²⁾の方法を用いた。本法2次理論による解析結果については講演時に報告の予定である。

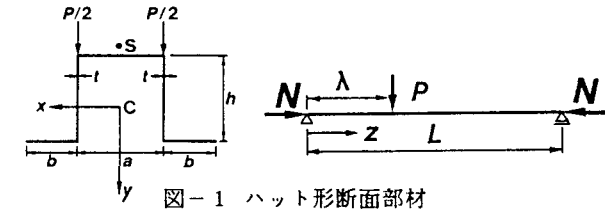


図-1 ハット形断面部材

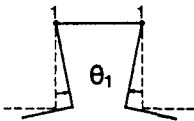


図-2 断面変形の節点とモード

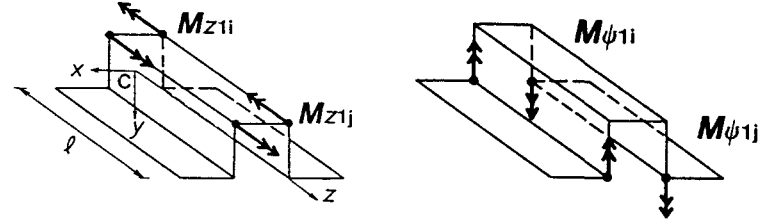


図-3 部材要素に働く断面変形のトルクおよびそりモーメント

表-1 鉛直たわみ

method	v (mm)	ratio(%)
Proposed (10 elements)	2.1 3	1 0 4
Unbraced experiment	2.0 5	1 0 0
Braced experiment	1.7 6	8 6
Beam theory	1.5 6	7 6

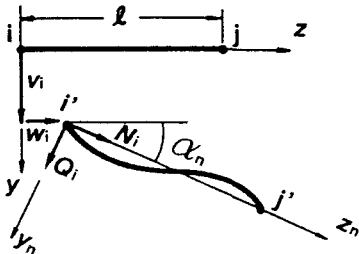


図-4 座標系

《参考文献》
 (1) Hikosaka, H. et al. : Analysis of Elastic Distortional Instability of Thin-Walled Members with Open Polygonal Cross Section, Proc. JSCE, Vol. 4, No. 1, pp. 57~66, 1987. (2) 彦坂 熙 他：剛節鋼骨組構造物の弾塑性有限変位挙動の簡易解析法，九州大学工学集報，Vol. 62, No. 6, pp. 1~9, 1989.