作業日数のあいまいな推定と作業要素間のあいまいな重複的順序関係を同時に考慮した工程計画手法に関する研究

九州大学工学部 学生員 ○大島正浩 九州大学工学部 正 員 樗木 武
九州大学工学部 学生員 M.TATISH 九州大学工学部 学生員 辰巳 浩

1. はじめに

土木工事のプロジェクトの計画・実施上の諸問題を科学的に解決する方法としてＰＥＲＴ手法が広く普及しているが，なお残された２つの問題点がある．それらは，

（１）作業要素間の多様な重複的順序関係におけるあいまいさの扱い

（２）作業日数推定におけるあいまいさの扱い

である．著者らは，これらに関し，個別に検討し新たな工程計画手法とし開発・提案した．

本研究は，これら２つの提案工程計画手法をさらに拡張応用して，作業要素間のあいまいな重複的順序関係と作業日数のあいまいな推定を同時に考慮した工程計画手法ＦＰＥＲＴ・ＯＦＲ(Fuzzy PERT considered with overlapped fuzzy relationships between activities)を提案するものである．

2. 従来型ＰＥＲＴの線形計画法による解釈

工事における作業要素(i,j)の開始日S_{ij}及び完了日F_{ij}と，これと結びつく接点ｉ，ｊの接点日時T_i，T_j，作業日数t_{ij}との関係を式で表現すれば，

$$T_i \leq S_{ij} \qquad ((i,j)\in W) \quad \text{——①}$$

$$T_j \geq F_{ij} \qquad ((i,j)\in W) \quad \text{——②}$$

$$F_{ij}-S_{ij}=t_{ij} \qquad ((i,j)\in W) \quad \text{——③}$$

及び

$$T_i \geq 0 \ (i\in N);\ F_{ij}\geq 0,\ S_{ij}\geq 0 \qquad ((i,j)\in W) \quad \text{——④}$$

Ｗ：ネットワークを構成する作業要素の集合

Ｎ：節点集合

である．

よって，最早プランは，上記①～④の各式による制約条件のもとで，ネットワーク日数

$$Z=\Sigma T_i+\Sigma\ (S_{ij}+F_{ij}) \quad \text{——⑤}$$

を最小にする問題としてとらえることができる．また最遅プランは，式①～④と最早プランにより求められる工期$T_n=T^*$の条件のもとで，式⑤のＺを最大にする問題とし求められる．

3. 作業要素におけるあいまいさの考察と定式化

１）作業要素間の重複的順序関係のあいまいさの扱いについて

作業要素間の多様な順序関係には，それらを作業要素の開始（Ｓ），完了（Ｆ）のペアで考えればＳＳ，ＳＦ，ＦＳ，ＦＦの４つに分類される．そこで，あいまいさを定義するλ_1で示し，その具体的な内容をまとめて表せば表１のとうりである．なお，ここでは，作業日数推定の値もあいまいなのでt_{ij}，t_{jk}の値も未知数として扱う事に留意する必要がある．

２）作業日数推定のあいまいさの扱いについて

作業日数t_{ij}の推定は，そのあいまいさの内容において４つのタイプに分けられ，あいまいさを定義するλ_2で示しまとめて表せば表２のとうりである．ここにおいて，既に報告された内容と異なる点は，タイプ４である．すなわち，タイプ４におけるメンバーシップ関数は，三角形(図1-a)と報告されたが，これを改め表２のタイプ４の内容を表す台形(図1-b)に仮定することがより一般的でかつ実務的である．また，厳密な順序関係のもとでは，最早プランにおいて，同じあいまいさλ_2に対して対応する２つのt_{ij} $\{t_{ij}' < t_{ij}''\}$ のうち小さい値t_{ij}'のみを対象にし図中の左側の直線のみを考慮し定式化したが，本研究では，あいまいな重複的順序関係のもとで検討するので必ずしも小さい値t_{ij}'のみが対象になるとは限らず，大きい値t_{ij}''も最適解になることも十分予測されると考えられる．よって左右両側の直線を同時に考慮し定式化しなければならないこととなる．

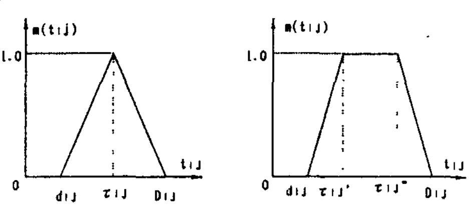

図-1 ﾀｲﾌﾟ4における作業時間のﾒﾝﾊﾞｰｼｯﾌﾟ関数

4. FPERT・OFRモデル

前章で述べた事を考慮しその意味を考えれば，ネットワーク日数は，

$$Z=\Sigma\ (S_{ij}+t_{ij}) \qquad —— ⑤'$$

となる．

ここで本題の目的関数は，基本的には，式⑤'のZを最小にする事である．しかし，この他にもλ_1, λ_2を極力大きくする事が求められ，結局は，3目的問題になる．

この処理としてλ_1, λ_2に対して現場の判断に応じた水準値λ_{10}, λ_{20}を設定し，

$$\lambda_{10}\leqq\lambda_1 \quad , \quad \lambda_{20}\leqq\lambda_2$$

を制約条件とし，さらにネットワーク日数Zの上限値Z_0を設け新たに，

$$Z\leqq Z_0$$

も制約条件とし加え，Z_0を増減させる事によりλ_1, λ_2をコントロールする．（理論上，Z_0を増加させると，λ_1, λ_2は増加し，減少させるとλ_1, λ_2は，減少する．）

ゆえに，3つの目的関数の変わりに最終的な目的関数は，λ_1, λ_2の重みが等しいと仮定し

$$\Gamma=\lambda_1+\lambda_2$$

をもちいて，その最大化問題に帰着せしめる事ができる．

結局，FPERT・OFR最早プランの数学モデルは，

Maximize　$\Gamma=\lambda_1+\lambda_2$

subject to i) $S_{1k}=0$ （$k\in N_1^{\dagger}$のすべて）

ii)各接点で結合する作業要素のペアごとに，その内容に応じて表1の重複関係を当てはめる．

iii)各作業要素ごとに，作業日数に関して表2の関係を求める．

iv)　$\lambda_{10}\leqq\lambda_1$　，$\lambda_{20}\leqq\lambda_2$　，$Z\leqq Z_0$

and　$S_{ij}\geqq 0$，$t_{ij}\geqq 0$　（$(i,j)\in W$）

で与えられる．

また最遅プランは，プロジェクトの完了日を最早プランで得られた工期T_nに一致させる事を条件としてネットワーク日数Zをできる限り大きくする事を考えれば，最早プランの場合と同様に最遅プランの数学モデルがえられる．

5. おわりに

実際の適用例とその解析法は，今後検討する予定である．

タイプ	内容	式
1	「t_{ij}がτ_{ij}と確定的に推定できる」	$t_{ij}=\tau_{ij}$
2	「t_{ij}は，最低限d_{ij}必要であると考えられるが，D_{ij}とすれば間違いないであろう」 「t_{ij}は，できればD_{ij}で処理する事が望ましいが，それ以前に作業が完了する可能性もある．ただし，d_{ij}以下になることはないであろう．」	$1-\dfrac{D_{ij}-t_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda_2$
3	「t_{ij}は，できる限りd_{ij}であることが望まれるが，遅れた場合には最大限D_{ij}まで延びることも有り得る．」 「t_{ij}は，最大限D_{ij}と考えられるが，基本的にd_{ij}で完了する公算が大きい」	$1-\dfrac{t_{ij}-d_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}}\geqq\lambda_2$ かつ $t_{ij}\geqq d_{ij}$
4	「t_{ij}は，できる限り$\tau_{ij}'\sim\tau_{ij}''$であることが望まれるが，いくら急いでも$d_{ij}$までであり，また逆に遅れても$D_{ij}$までに限られる．」 「$t_{ij}$は，最大限$D_{ij}$で，かつ最小限$d_{ij}$であり，基本的にその中間の$\tau_{ij}'\sim\tau_{ij}''$になる公算が大きい．」	$1-\dfrac{\tau_{ij}'-t_{ij}}{\tau_{ij}'-d_{ij}}\geqq\lambda_2$ かつ $1-\dfrac{t_{ij}-\tau_{ij}''}{D_{ij}-\tau_{ij}''}\geqq\lambda_2$

表2．作業日数の推定

先行作業を ＼ 次の作業を		F 1．終了できる 2．終了できるよう計画する	S 1．開始できる 2．開始できるよう計画する
F	a．終了してから	δ_{ij}以降に　FF(δ_{ij}) $\gamma_{ij}\sim\delta_{ij}$以降に，できれば$\delta_{ij}$以降に　FF($\gamma_{ij}$, δ_{ij})	δ_{ij}以降に　FS(δ_{ij}) $\gamma_{ij}\sim\delta_{ij}$以降に，できれば$\delta_{ij}$以降に　FS($\gamma_{ij}$, δ_{ij})
F	c．終了する日時の		θ_{ij}前から　FS($-\theta_{ij}$) $\theta_{ij}\sim\phi_{ij}$前から，できればϕ_{ij}前から後に　FS($-\theta_{ij}$, $-\phi_{ij}$)
S	a．開始してから	δ_{ij}以降に　SF(δ_{ij}) $\gamma_{ij}\sim\delta_{ij}$以降に，できれば$\delta_{ij}$以降に　SF($\gamma_{ij}$, δ_{ij})	δ_{ij}以降に　SS(δ_{ij}) $\gamma_{ij}\sim\delta_{ij}$以降に，できれば$\delta_{ij}$以降に　SS($\gamma_{ij}$, δ_{ij})
F	a．	$S_{ij}+t_{ij}+\delta_{ij}\leqq S_{jk}+t_{jk}$ $1-\dfrac{S_{ij}+t_{ij}+\delta_{ij}-(S_{jk}+t_{jk})}{\delta_{ij}-\gamma_{ij}}\geqq\lambda_1$	$S_{ij}+t_{ij}+\delta_{ij}\leqq S_{jk}$ $1-\dfrac{S_{ij}+t_{ij}+\delta_{ij}-S_{jk}}{\delta_{ij}-\gamma_{ij}}\geqq\lambda_1$
F	c．		$S_{ij}+t_{ij}-\theta_{ij}\leqq S_{jk}$ $1-\dfrac{S_{ij}+t_{ij}-\phi_{ij}-S_{jk}}{\theta_{ij}-\phi_{ij}}\geqq\lambda_1$
S	a．	$S_{ij}+\delta_{ij}\leqq S_{jk}+t_{jk}$ $1-\dfrac{S_{ij}+\delta_{ij}-(S_{jk}+t_{jk})}{\delta_{ij}-\gamma_{ij}}\geqq\lambda_1$	$S_{ij}+\delta_{ij}\leqq S_{jk}$ $1-\dfrac{S_{ij}+\delta_{ij}-S_{jk}}{\delta_{ij}-\gamma_{ij}}\geqq\lambda_1$

表1．作業要素間の重複的順序関係