水田からの涵養を考慮した揚水試験解析

九州東海大学工学部　正会員　市川　勉
九州東海大学工学部　正会員　星田　義治
九州東海大学工学部○学生会員　徳山　裕晃

1．はじめに　水田地帯で揚水試験を行う場合、地表の水田が冠水している場合、水田からのかん養を考慮しなければならない場合がある。本報告では、水田からの涵養を考慮した非定常解析を行い、漏水のある場合と、ない場合を比較検討した結果について述べる。

2．基礎式の展開と無次元化　以下に展開する式において、次の仮定を用いる。
a）帯水層内の流れでは、Darcyの法則が、ともに成り立つ。　b）難透水層を通して生じる漏水は、鉛直方向のみに行われる。　c）井戸枠のストレーナーは、均等に開孔されている。d）井戸は、完全貫入井とする。図－1のように、各部の諸元を仮定すると、以下のような関係式を導くことができる。

井戸内の連続方程式

$$(A_w - A_p)\frac{dh_w}{dt} = Q_s - Q_\theta \qquad (1)$$

井戸枠の抵抗による運動方程式

$$Q_s = 2\pi r_w K D (h_s - h_w)^{1/2} \qquad (2)$$

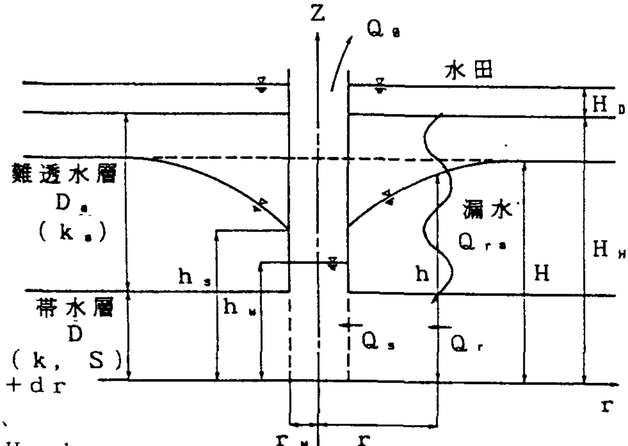
ここに、Kは、井戸枠の抵抗係数である。

被圧帯水層内の流れの運動方程式

$$Q_r = 2\pi r k D \frac{\partial h}{\partial r} \qquad (3)$$

難透水層内の流れの方程式

$$Q_{ra} = 2\pi r k_a \frac{H_H + H_D - h}{D_a} \qquad (4)$$



図－1 漏水のある被圧帯水層

連続の式、これは、井戸の中心からrとr+drの間の円筒部分における水収支を考慮すると、

$$\frac{\partial Q_r}{\partial r} = 2\pi r S \frac{\partial h}{\partial t} - 2\pi r k_a \frac{H_H + H_D - h}{D_a} \qquad (5)$$

帯水層内の流れの方程式は、（3）より、

$$\frac{\partial Q_r}{\partial r} = 2\pi k D \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial h}{\partial r}\right)$$

これを、（5）式に代入すると、

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{kD}{rS}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h}{\partial r}\right) + \frac{k_a}{S}\frac{H_H + H_D - h}{D_a} \qquad (6)$$

（6）式の初期及び境界条件は、次のようになる。

$t \leqq 0$;　$Q_\theta = 0$ ，$h = h_w = h_s = H$

$t > 0$，$r = r_w$;　$Q_\theta = const$，$h = h_s$，$(A_w - A_p)\dfrac{dh_w}{dt} = Q_s - Q_\theta$　（7）

$Q_s = 2\pi r_w K D (h_s - h_w)^{1/2}$

$r = \infty$;　$h = H$

（3）から（5）の各式を、（7）式の条件で解くために、上記の各式を、無次元化して数値計算する。

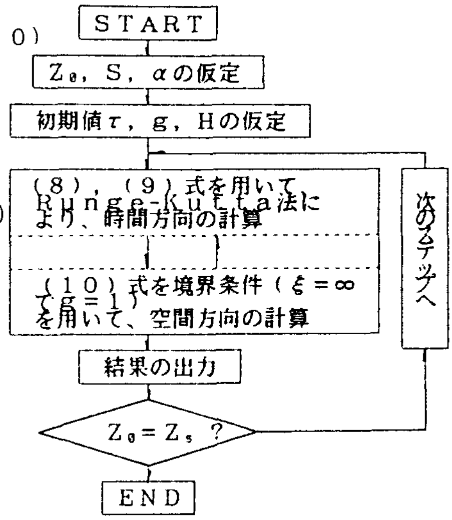
$g = h/H$，$g_s = h_s/H$，$g_w = h_w/H$，$x = \xi = r/r_w$，$k_1 = k_a/k$，$B = r_w^2/D_a D$
$y = x/\sqrt{\tau}$，$y_\theta = 1/\sqrt{\tau}$，$g_H = H_H/H$，$g_D = H_D/H$，$S' = S/(1 - A_p/A_w)$
$\alpha = r_w K / k H^{1/2}$，$\tau = kDt/Sr_w^2$，$Z = Qr/2\pi kDH$，$Z_s = Q_s/2\pi kDH$
$Z_\theta = Q_\theta/2\pi kDH$。

これらの式を用い、連立常微分方程式を無次元化すると、次式のようになる。

$$\left.\begin{aligned}\frac{dg}{d\xi} &= \frac{Z}{\xi}\\ \frac{dZ}{d\xi} &= -\frac{Y_0{}^2\xi Z}{2} - \xi k_1 B\,(g_H + g_D - g)\end{aligned}\right\}\quad(10)$$

（１０）式の初期及び境界条件は、次のようになる。

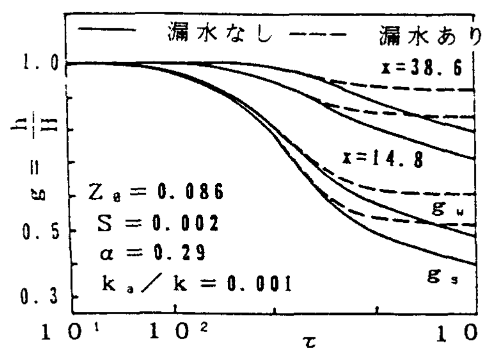
$$\left.\begin{aligned}&\tau \leqq 0 \;;\quad g_w = g_s = g = 1.0\\ &\tau > 0,\ \xi = 1 \;;\quad \frac{dg_w}{d\tau} = 2S'\,(Z_s - Z_0)\\ &\qquad\qquad\qquad Z_s = \alpha\,(g_s - g_w)^{1/2}\\ &\xi = \infty \;;\quad g = 1.0\end{aligned}\right\}\quad(11)$$



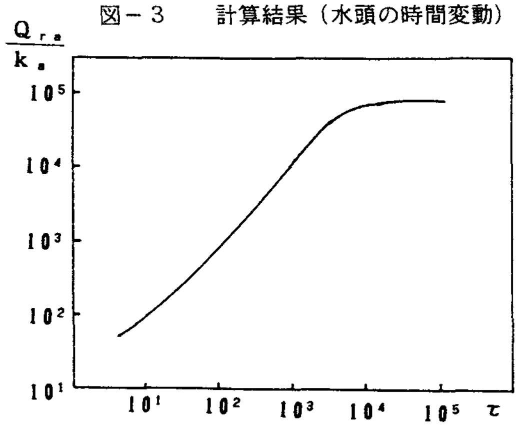
図－２　計算フロー

３．数値計算　数値計算では、最初にZ_0, S, αを仮定して、τ, g, Hの初期値を与え、時間方向に井戸内水頭の計算を行い、次に井戸枠の抵抗の式から井戸外水頭を計算する。次にこれらのデータを用いて空間方向でＲｕｎｇｅ－Ｋｕｔｔａ法により帯水層内の水頭の計算を行い、（１１）式の条件を満足するような井戸への流入量Z_sを求める。この計算を時間方向のＲｕｎｇｅ－Ｋｕｔｔａで繰り返し計算し、１ステップとする。井戸への流入量Z_sと井戸からの揚水量Z_0がほぼ等しくなったとき計算を終了する。この流れを図－２に示す。

４．数値計算結果と考察　３．で示した方法によって計算した計算結果の一例を図－３、図－４に示す。図－３は、水位の時間変動を示したもので、実線は漏水のない場合、破線は漏水のある場合である。漏水がある場合は、漏水がない場合に比べ、時間が経つにつれ水頭が一定化してしてくる。これは、水田からの漏水によって帯水層内に水の供給があるためである。この漏水量の変化を図－４に示す。一方、漏水のない場合は影響円半径が拡大していくため、水頭降下が一定化している。これは、Ｊａｃｏｂの直線解とほぼ同じになる。図－４で、最終的な水田から地下水への涵養量の計算は、図－３を実際の揚水試験に比較して、帯水層定数のｋ，Ｓを求め仮定したk_a/k（透水係数比）より、難透水層の透水係数を求める。次に図－４のQ_{ra}/k_aの最終値からQ_{ra}を求めればよい。例えば、$k = 1\times10^{-1}$cm/sのとき、$k_a/k = 0.001$より$k_a = 1\times10^{-4}$cm/s, $Q_{ra}/k_a = 6.7\times10^4$ m²より、$Q_{ra} = 6.7\times10^4$ m² $\times 1\times10^{-6}$ m/s $= 6.7\times10^{-2}$ m³/s $= 241.2$ m³/hrとなる。このときの影響円半径は数値計算より、R≒９０ｍ。ゆえに、漏水高としては、$Q_{ra}/(\pi R^2) = 9.5\times10^{-3}$ m ≒ 9.5 mmとなる。



図－３　計算結果（水頭の時間変動）



図－４　計算結果（漏水量）