非定常1次元表面密度噴流の流れ特性について（2）

山口大学工学部　正○羽田野袈裟義
山口大学工学部　学　住田　裕志

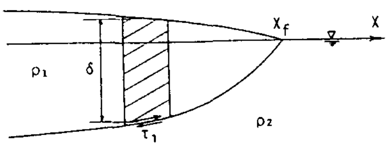
1．まえがき

表面密度噴流は、海域に放・流出された温排水や油などにみられる現象で、その挙動を精度よく予測することは海域環境上重要な課題である。前報[1)]では、淡・塩水により1次元連続放出の実験を行いその結果を報告した。しかし非定常なフロント部の流れ特性を簡潔に表現しうる結果は得られなかった。

本研究は、1次元非定常表面密度流の基礎式を特性曲線法により計算する方法を提示するものである。数値計算の結果と前報の実験結果との比較を行なっている。

2．理論の概要

図－1に示すように、密度ρ_2（$=\rho_1+\Delta\rho$）の水の静止域に密度ρ_1の流体が放出されると、放出された流体は、静止した流体の表面を流動する。簡単のために連行を無視すると、基礎式は上層流流体についての連続式および運動方程式であり、それぞれ次式のように書かれる。



図－1　流れの模式図

$$\frac{\partial\delta}{\partial t}+\frac{\partial(u\delta)}{\partial x}=0 \qquad (1)$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}\right)\delta=-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\Delta\rho g\delta^2\right)-\tau_1 \qquad (2)$$

ここに、δ（x,t）は上層流の流動厚さ、u（x,t）は上層流の断面平均流速、$\tau_1=f_1\rho u^2$は界面せん断応力である。 Massau にならい[2)]、$C^2=\Delta\rho g\delta/\rho$を導入して得られる式（1）および（2）の変形式の和と差を特性曲線表示すると、特性曲線ω_+とω_-上で次のようなる。

ω_+：$dx/dt=u+C$上で　$d(u+2C)/dt=-\Delta\rho/\rho\cdot gf_1u^2/C^2$
$=-f_1u^2/\delta$　（3）

ω_-：$dx/dt=u-C$上で　$d(u-2C)/dt=-f_1u^2/\delta$　（4）

3．計算法

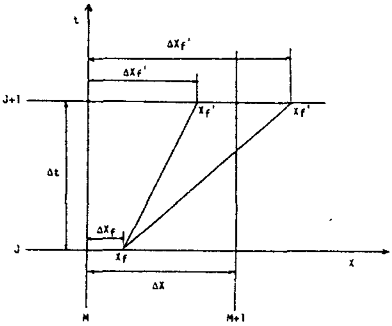
通常点の計算は、xとtの直交メッシュを用いる、ふつうの特性曲線網による方法[3)]を採用すればよい。しかしながら、フロント部では流動厚さが有限値からゼロへと変化するため、式（3）と（4）の分母がゼロとなる部分が生じる。その場合には計算が不可能となる。この問題を回避すべく計算を行なうが、その見通しを立てるため、フロント位置で$\delta=0$とおいた場合について簡単に考える。この場合$C=0$であるから、2本の特性曲線ω_+とω_-は一致し常に下流に向かうことになる。この時式（3）と（4）は次式にまとめられる。

特性曲線　$dx/dt=u$上で　$du/dt=-f_1u^2/\delta$　（5）

フロント位置での前述の問題を回避するため、この位置での流動厚さδに適当な小さな値を与え、特性曲線ω_+について（すなわち式（3）で）のみ計算を行なう。このδをフロントでの境界条件：$\delta=\delta_f$（すなわち$C=C_f$）とするわけである。図－2のように、時間サフィックスJ，J＋1のステップでのフロント位置をそれぞれx_f，x_f'これらの点の、x方向のメッシュ線Mからの距離をそれぞれΔx_f（$<\Delta x$）、$\Delta x_f'$とするとき、式（3）の差分表示は次のようになる。

$$\Delta x_f' - \Delta x_f = (u_f + C_f)\,\Delta t\ ;\ u_f' + 2C_f' = u_f + 2C_f - f_i\,u_f^2/\delta_f \cdot \Delta t \qquad (6)$$

ここに、ダッシュ" ' "のついたものはＪ＋１の時刻の量を、つかないものはＪの時刻の量を表わす。いま物理量の値をメッシュ点で求めることが必要であるため、$\Delta x_f' < \Delta x$ と $\Delta x_f' \geqq \Delta x$ の２つの場合に分けて考える。すなわち x_f' が次のメッシュ線M＋１に達しない場合と達したか、または通過した場合に分けて考える。



図－２　フロント部の計算法

（１）$\Delta x_f' < \Delta x$ の場合

この場合計算はメッシュ線Mまで行なわれる。

$$x_f' = x_M + \Delta x_f'\ ;$$
$$u_f' = -2C_f' + (u_f + 2C_f) - f_i\,u_f^2/\delta_f \cdot \Delta t$$
$$C_f' = \sqrt{\Delta \rho g \delta_f / \rho} \qquad (7)$$

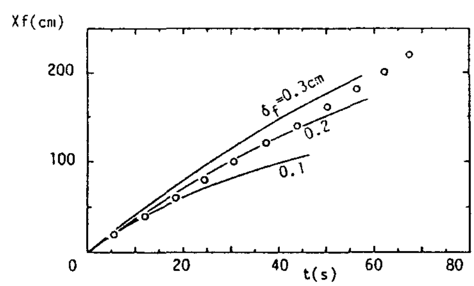
（２）$\Delta x_f' \geqq \Delta x$ の場合

計算はメッシュ線M＋１まで行なわれる。この場合 $\Delta x_f' - \Delta x$ を改めて $\Delta x_f'$ とおく。また、フロント位置 x_f'、フロント位置での流速 u_f' および波速 C_f' は（１）の場合と同様に求める。なお、メッシュ点（M＋１，Ｊ＋１）での水理量 $Z_{M+1,J+1}$ は不明であるので、メッシュ点（M，Ｊ＋１）での水理量 $Z_{M,J+1}$ と同一時刻（t_{J+1}）におけるフロント位置での水理量 Z_f を用いて次式で与えた。

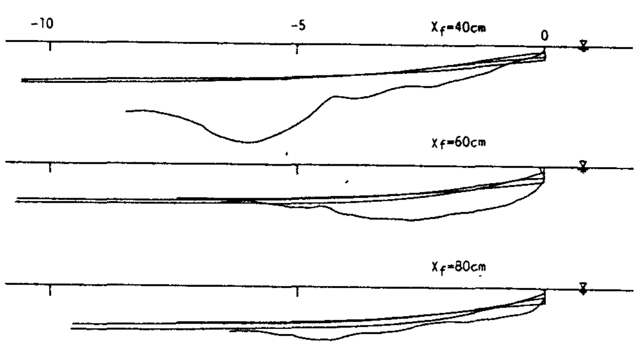
$$Z_{M+1,J+1} = \frac{\Delta x_f' \cdot Z_{M,J+1} + \Delta x \cdot Z_f}{\Delta x + \Delta x_f'} \qquad (12)$$

４．計算結果の検討

本モデルの実験との比較を図－３、４に示す。実験は、幅12.5cm、長さ3.5mの水路に塩水を貯めておき、上流から一定流量で淡水を定常的に供給して表面密度噴流を発生させる形で行なわれている。計算の初期条件はフロントが２０cm地点に達したときのフロントでの速度、流動厚さの実験値を与えた。境界条件は下流端（フロント）で $\delta = \delta_f$（前述）；δ_f=0.1, 0.2, 0.3cm、および上流端で　$u\delta$＝一定とした。フロント部の不規則な運動のため比較はあまりできないが、実験値と計算値は概ね一致した傾向を示す。



図－３　フロント位置の実験値と計算値



図－４　フロント部の流動の実験値と計算値

参考文献

１）羽田野ら：非定常１次元表面密度噴流の流れ特性について、第４０回土木学会中国四国支部、1988。

２）椿東一郎：水理学Ⅱ、森北出版

３）土木学会：水理公式集昭和４６年度版、ｐｐ１９２－１９６。