

定常傾斜ブリュームの数値モデル

九州工業大学工学部 学生員 ○松尾 秀夫

同 上 正 員 秋山 壽一郎, 浦 勝

1. 序論

一定な浮力フラックスを持った重い流体が斜面上に連続的に放出されると、先端部と後続部より成る傾斜ブリュームを形成する。後続部は比較的短い距離で定常状態に達することが実験的に知られている。また、秋山ら(1991)は非定常傾斜ブリュームの数値計算を行ない、これを理論的に示した。後続部を定常部と呼ぶ場合があるが、これはこの事実に基づく。本研究は、後続部を定常漸変下層密度流として近似的に取り扱うことにより、一定の浮力フラックスの流入によって形成される定常傾斜ブリュームのモデルを求め、実験データとの比較・検証を行ったものである。

2. 定常傾斜ブリュームの理論

水平面と角度 θ をなす傾斜面上を流下する傾斜ブリュームを図-1に示すようにモデル化する。座標軸は傾斜面に沿って x -座標、これと直交上向き方向に y -座標を取る。

後続部の支配方程式：後続部は、先端部で間欠的に発生する渦が置去られることによって形成される層と重い流入水によって形成された下層の上部とが混ざりあった混合層、及び定常部と通常呼ばれる下層の2つの層から成る。ここでは、後続部は混合層も含めた厚さと考え、連行量の評価を考慮した1次元定常2層流として、モデル化を行なう。本モデルでは、Ellison & Turner(1959)が提案した定常漸変下層密度流の支配方程式に基づく式(1)～(3)を使用する。

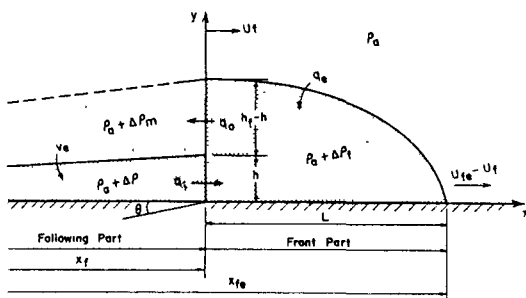


図-1 定義図

$$dR/dx = 3R/h \{ [1+(f_b R/2f_4)]E_s/f_1 - (f_2/f_4)R \tan \theta + f_b/f_4 \} / \{ 1 - (f_5 R/f_4) \} \quad (1)$$

$$dh/dx = \{ [2 - (f_b R/2f_4)]E_s/f_1 - (f_2/f_4)R \tan \theta + f_b/f_4 \} / \{ 1 - (f_5 R/f_4) \} \quad (2), \quad dB/dx = -(E_s B)/(f_1 h) \quad (3)$$

ここに、 U = 平均流速、 h = 層厚、 B = 平均浮力、 θ = 底面勾配、 E_s = 連行係数、 f_b = 底面摩擦係数、 R = Richardson数($= Bh \cos \theta / U^2$)。 $f_1 \sim f_5$ は速度分布、浮力分布の不均性を考慮して導入された以下のように定義される係数である。

$$f_1 = \int u dy / U h; \quad f_2 = \int b dy / B h; \quad f_3 = \int b u dy / B U h; \quad f_4 = \int u^2 dy / U^2 h; \quad f_5 = \int 2 b u dy / B h^2 \quad (4)$$

乱流密度流に対して、周囲水の連行は Richardson数 だけの関数であることが経験的に確認されており、ここでは $E_s = c/R$ の形の連行係数を用いる。流入条件 [流速 $U(0)$, 層厚 $h(0)$, 浮力 $B(0)$] を与え、方程式(1)～(3)を同時に解くことによって、後続部の諸特性量 $[U(x), h(x), B(x)]$ を計算することができる。

先端部の支配方程式：先端部重心とともに移動する座標系を用い基礎方程式を導く。先端部においては、先端部移動速度が後続部より遅いため、両領域間の相対速度が生じ、高密度の流体が後続部から先端部へ送りこまれる。それと同時に先端部では強い渦運動のため周囲水から連行され、先端部は混合希釈される。希釈された流体は境界面に発生した強いシェアーのため引きちぎられ、混合層を形成する。先端部はこれらの機構を考慮してモデル化する必要がある。後続部から先端部へ供給される流量を q_i 、先端部における連行量を q_o 、先端部から出ていく流量を q_{so} とし、これらの流量を式(5)～(7)のように仮定し、対応する浮力フラックス q_{si} , q_{so} , q_{so} をそれぞれ式(8)～(10)で与える。

$$q_i = h(U - U_f) \quad (5), \quad q_o = E_d U_f L \quad (6), \quad q_{so} = (h_f h)(U_f U_m) \quad (7)$$

$$q_{si} = B h(U - U_f) \quad (8), \quad q_{so} = 0 \quad (9), \quad q_{so} = B_m(h_f h)(U_f U_m) \quad (10)$$

ここに、 E_d = 先端部での連行係数、 L = 先端部の長さ、 h_f = 先端部の最大厚、 U_m = 混合層の平均流速、 B_m = 混合層の平均浮力、 U_f = 先端部重心の移動速度。

先端部の形状は断面アスペクト比 $f(\theta)$ と体積補正係数 S_1 の2つのパラメーターによって表現することが可能である。

$$f(\theta) = h_f/L \quad (11), \quad S_1 = A/(h_f L) \quad (12)$$

ここに、 A = 先端部の断面積。

上記の諸関係を考慮すると、運動量方程式、体積、及び質量保存の式は、それぞれ(13)～(15)式で与えられ、先端部

移動速度 U_{fe} は U_f と先端部の発達率 (dL/dt) との和で決定されると仮定すると、 U_{fe} は (16) 式で表わされる。

$$d[(1+A_m)S_1U_f h_f^2]/dt = [g(S_1-1)+S_1B_f]h_f^2 \sin \theta + f(\theta) [k_B B_f (h_f^2 - h^2) \cos \theta / 2 - Bh^2 \cos \theta / 2 + (1+B/g)h(U-U_f)^2 - k_u^2(1+k_B B_f/g)(h_f-h)U_f^2 - C_d U_f^2 h_f] \quad (13)$$

$$d(S_1 h_f^2)/dt = f(\theta) [(U-U_f)h - k_u U_f(h_f-h)] + E_d U_f h_f \quad (14)$$

$$d(S_1 B_f h_f^2)/dt = f(\theta) [B(U-U_f)h - k_u k_B U_f(h_f-h)] \quad (15), \quad U_{fe} = U_f + f(\theta)^{-1} dh_f/dt \quad (16)$$

ここに、 A_m = 付加質量係数、 C_d = 抵抗係数、 k_u 、 k_B は $k_u = 1 - U_m/U_f$ 、 $k_B = B_m/B_f$ で定義される補正係数。更に、 $x = U_f t$ を用い式 (13)~(16)

$$d[(1+A_m)S_1U_f h_f^2]/dx = [g(S_1-1)+S_1B_f]h_f^2 \sin \theta / U_f + f(\theta) [k_B B_f (h_f^2 - h^2) \cos \theta / 2 - Bh^2 \cos \theta / 2 + (1+B/g)h(U-U_f)^2 - k_u^2(1+k_B B_f/g)(h_f-h)U_f^2 - C_d U_f^2 h_f] / U_f \quad (17)$$

$$d[S_1 h_f^2]/dx = f(\theta) [(U-U_f)h / U_f - k_u(h_f-h)] + E_d h_f \quad (18)$$

$$d[S_1 B_f h_f^2]/dx = f(\theta) [B(U-U_f)h / U_f - k_u k_B(h_f-h)] \quad (19)$$

$$U_{fe}/U_f = \{1+f(\theta)^{-1}\} dh_f/dx \quad (20)$$

先端部の形状に関しては、従来より多くの実験研究が重ねられているが、 $f(\theta)$ の値は研究者によってまちまちであるのが現状である。本モデルでは Britter & Linden(1980), Wood(1966), Hoppfinger(1977) 等のデータに基づく結果を用いる。彼らの結果は次のように式化できる。

$$f(\theta) = 0.00275\theta + 0.24, \quad \theta = 5^\circ \sim 90^\circ \quad (21)$$

一方、 S_1 については、先端部形状を矩形と仮定し、 $S_1=1.0$ と置く。矩形形状に対する付加質量 M' 及び付加質量係数 A_m 、及び関数 P はそれぞれ次式で表わされる。

$$M' = \rho_a P \pi h_f^2 / 4 \quad (22), \quad A_m = P \pi f(\theta) / 4 \quad (23), \quad P = 2.50 - 1.176f(\theta) + 0.761f(\theta)^2 \quad (24)$$

3. 数値計算手法

本モデルでは先端部及び後続部ともに、連立常微分方程式で与えられるので、両部とも4次のルンゲ・クッタ法を用い計算を行なった。 Δx は計算精度と効率を考慮して初期層厚 h_0 の10%とした。先端部の特性量を求めるにあたっては、後続部を解いて得られた値を先端部の境界条件として計算を行なった。従って、与えられた上流端での流入条件 [$U(0)$, $B(0)$, $h(0)$] に対し、後続部の特性量 [$U(x)$, $B(x)$, $h(x)$] が計算でき、これらの値を先端部の境界条件として先端部の特性量 [$U_f(x)$, $B_f(x)$, $h_f(x)$, $U_{fe}(x)$] が計算される。

4. 計算値と実験値との比較

本モデルを室内実験結果 (大加ら) と比較した結果が図-2である。実験条件はそれぞれ [$\theta(^{\circ})$, $B_0(\text{cm/s}^2)$, $q_0(\text{cm}^2/\text{s})$] = [5.71, 20.58, 9.0] と [8.13, 20.58, 9.0] である。計算に用いた C_d , E_d , k_u , k_B , C 及び f_b などの値は、非定常計算のキャリブレーションにより得られた値(河野ら)を若干修正して用いてある。定常な流入条件に対しては、非定常な場合と比較して数値計算が著しく簡単になるが、両図から明らかなように、計算値と実験値の一致は極めて良好である。

5. 参考文献

秋山ら(1991), 水工論文集
Britter & Linden(1980), J.F.M.
河野ら(1991), 別版
Ellison & Turner(1959), J.F.M.
大加ら(1991), 別版
Hoppfinger(1977), Glaciology
Wood(1966), U of N. S. W.

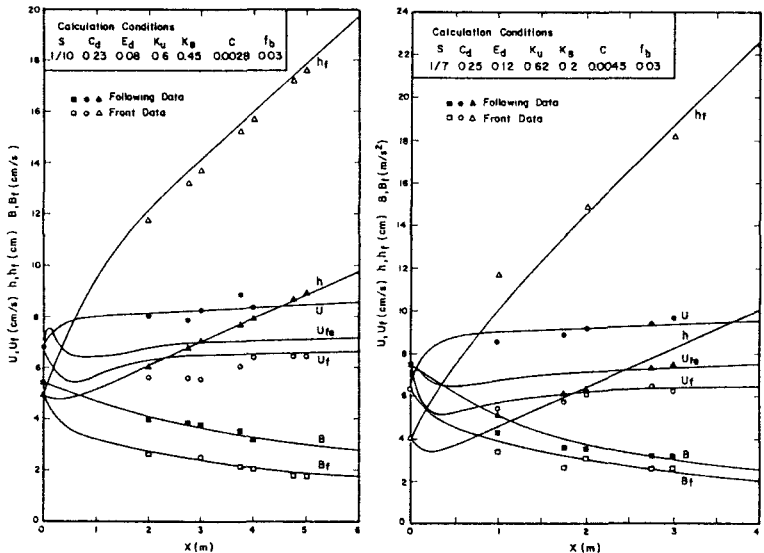


図-2 実験値と計算値との比較