

断面形状が縦分散係数に及ぼす影響

九州工業大学 正員 朝位孝二
九州工業大学 正員 藤崎一裕
九州共立大学 正員 粟谷陽一

結言

実験水路や自然河川で観測された縦分散係数は、理論値の数十倍から数百倍大きな値を示すことが知られている。この原因は、水路の粗度の有無や湾曲などの影響もあるが主として断面形状の違いによって流速分布の様相が異なることがあげられる。本報では、矩形断面水路において流れが乱流の場合の縦分散係数を数値的に求めて、水路断面の形状比(アスペクト比)と縦分散係数の関係を調べた。

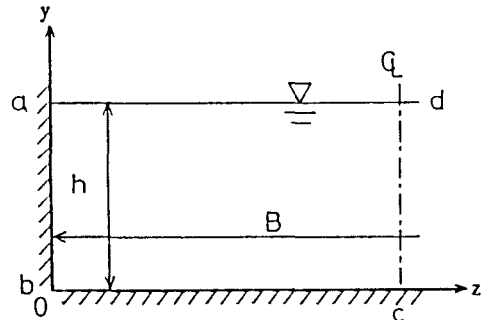


図-1 座標系

基礎式

水路断面の座標形を図1に示す。断面は左右対称なので片側だけを考えた。側壁の底面を原点として幅方向を z 、水深方向を y とする。水深を h 、水路幅を B とすればアスペクト比は B/h である。流れは等流を仮定し、拡散物質は流れ場に影響を与えないものとする。乱流モデルに $k-\varepsilon$ モデルを用いれば基礎式は次のようになる。

$$\frac{gh}{u_m^2} + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{v}_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{v}_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\bar{v}_t \frac{\partial \bar{k}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{v}_t \frac{\partial \bar{k}}{\partial z}) + \bar{v}_t \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \right\} - \bar{\varepsilon} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\bar{v}_t \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{v}_t \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial z}) + C_{1\varepsilon} \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \right\} - C_{2\varepsilon} \frac{\bar{\varepsilon}^2}{\bar{k}} = 0 \quad (3)$$

$$\bar{v}_t = C_\mu \frac{\bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}}$$

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial y}(\bar{v}_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{v}_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial z}) \quad (4)$$

(1)式、(2)式、(3)式、(4)式はそれぞれ、運動方程式、 k 方程式、 ε 方程式、拡散方程式である。ここで、 $\bar{y} = y/h$ 、 $\bar{z} = z/h$ 、 $\bar{u} = u/u_m$ 、 $\bar{k} = k/u_m^2$ 、 $\bar{\varepsilon} = \varepsilon/(u_m^3/h)$ であり、それぞれ無次元化された水深方向座標、水路幅方向座標、流速、乱れエネルギー、乱れの散逸率である。また $\bar{v}_t$ は無次元渦動粘性係数、 u_m は断面平均流速、 $\bar{u}$ は無次元断面偏差流速、 $\bar{C}$ は断面平均濃度、 $\bar{c}$ は断面偏差濃度、 x_1 は平均流速で移動する流れ方向の座標である。流下方向の濃度勾配は一定としている。摩擦速度を $u_* = \sqrt{gh}$ と定義する。モデル定数は $C_\mu = 0.09$ 、 $C_{1\varepsilon} = 1.44$ 、 $C_{2\varepsilon} = 1.92$ 、 $\sigma_k = 1.0$ 、 $\sigma_\varepsilon = 1.3$ 、 $\sigma_c = 1.0$ である。

境界条件

固体壁面上では付着の条件から流速0である。実際の計算では標準型の $k-\varepsilon$ モデルの境界条件を用いた。つまり、 $\bar{u}$ 、 $\bar{k}$ 、 $\bar{\varepsilon}$ に対しては壁から少しはなれた場所で(図1中の $a \sim b$)

では $z^+ = 50$, $b \sim c$ では $y^+ = 50$ の壁関数で接続する。自由水面に対する境界条件はまだ十分には確立されていないので、流速については断力0の条件を用い、 k 及び ε については対称条件を用いた。濃度については固体壁及び自由水面を通過するフラックスがないという条件を用いる。センターライン上 (図1中の $c \sim d$) ではすべての諸量に対して対称条件を用いた。

計算方法

できるだけ少ない格子点で精度が得られるように、 $z^+ = 50$, $y^+ = 50$ の位置に第一格子点を置き壁近傍では細かく、水路中央あるいは水表面にいくほど粗くなる不等間隔格子を用いた。基礎式をコントロールボリューム法に基づいて差分化した。 $\bar{u}$ 、 $\bar{k}$ 、 $\bar{\varepsilon}$ に任意の分布形を仮定し (本計算では一様分布を仮定した) 反復計算により収束解を求めた。求めた $\bar{u}$ から $\hat{u}$ を求めてそれを用いて (4) 式から $\hat{c}$ を計算した。さらに次式から縦分散係数を求め、摩擦速度と水深で無次元化した。

$$D_L = - \iint_A \hat{u} \hat{c} dA / A \frac{\partial C}{\partial x_1} \quad (5)$$

ここで A は断面積である。

計算結果と考察

図2にアスペクト比4の場合の流速 $\bar{u}$ の分布を、図3に濃度 $\hat{c}$ の分布を示す。水路中央部では両者のコンターは水平になっているが、側壁近くでは歪んでくる。このことが縦分散係数を過大にする原因となっている。図4は縦分散係数とアスペクト比の関係を示している。固体壁 a, b に対称条件を与えた計算も行なった。これは固体壁 a, b が存在しない場合に相当しており、この条件で得られた縦分散係数はElder的な分散係数だと見なすことができる。図4の縦軸はこの値を用いて正規化している。アスペクト比が4程度で最大値をとりやがて一定値に漸近していく。アスペクト比が小さい場合と大きい場合の両極限では現象は一次元的であると考えられる。その中間では横方向の偏差の影響が現れ分散係数は大きくなるが、アスペクト比が大きくなるとその影響は小さくなり分散係数も小さくなる。しかしどんなにアスペクト比が大きくなっても、側壁での物質の停滞を無視することができないためにElder的な値には漸近しない。

参考文献

- 1) 福嶋、早川：楕円断面管路と長方形断面管路における層流の分散係数、ながれ2、1983
- 2) 小竹、土方：パソコンで解く熱と流れ (丸善)、1988

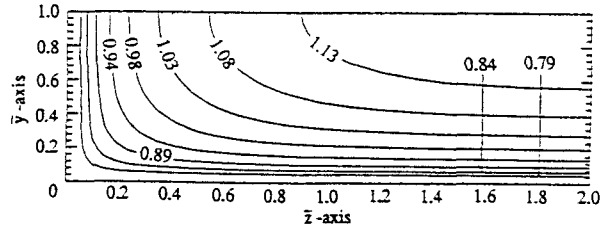


図-2 断面流速分布

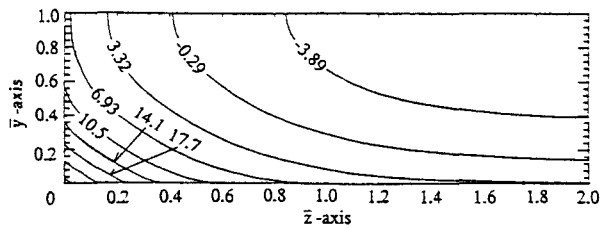


図-3 断面濃度分布

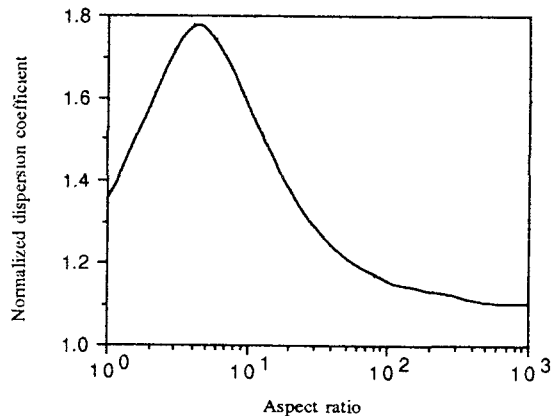


図-4 アスペクト比と縦分散係数の関係