複断面水路における不定流解析

長崎大学工学部　学生員○西田　渉
長崎大学大学院　学生員　中島隆信
長崎大学工学部　正　員　野口正人

1．まえがき

洪水時における河川流の安全な疎通を計るため、これまでにも活発に不定流解析が行われてきた。とくに、最近の電子計算機の発達はめざましく、陽形式や陰形式の有限差分法、あるいは、特性曲線法といった数値計算手法が常用されるまでになった[1]。しかし、これらの殆どが１次元解析法に基礎を置くために、必ずしも複断面水路の流れを正確に表せないのが実情である。

ところで、我国では複断面水路の普及とともに、flood plain が高水敷（berm）を意味する場合もなくはないが、本来的には氾濫原を指していることは言うまでもない。近年、居住域の安全性確保のために、しばしば氾濫解析が行われるが、これらのいずれのケースにも対応し得る計算手法として、有限要素法は有利であると言える。本論では、広範な複断面水路の流れに適用される有限要素法を用いた数値計算モデルについて述べる。

2．有限要素法を用いた数値計算モデルの概要

一般的な複断面流れを取り上げた場合、通常、主水路と氾濫原（高水敷）とでは粗度係数が違っており、また、主水路が蛇行している等の理由により、流れは３次元的である。そのため、本来的には数値計算もそのように取り扱われるべきであるが、実用上のことをも考慮して以下の基礎方程式を取り上げた。

$$\frac{\partial h_L}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}=0 \qquad \cdots\cdots (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\xi_1 M^2/h_L)+\frac{\partial}{\partial y}(\xi_2 MN/h_L)=-gh_L\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{\tau_{xb}}{\rho} \qquad \cdots\cdots (2)$$

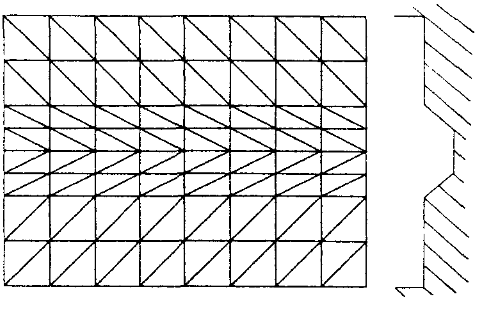
$$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\xi_2 MN/h_L)+\frac{\partial}{\partial y}(\xi_3 N^2/h_L)=-gh_L\frac{\partial H}{\partial y}-\frac{\tau_{yb}}{\rho} \qquad \cdots\cdots (3)$$

なお、これらは２次元平面流に対する氾濫解析の基礎式である連続方程式・運動方程式に同じである。本モデルでは、（1）～（3）式を離散化した式の逆行列を解くことによって複断面水路流れの挙動を求めようとするものである。これらの離散式は、時間に関しては、implicit型差分法で離散化されているが、そもそも有限要素法では全計算領域の未知数に対して逆行列を求めるため、計算の煩雑さはそれ以上に増えない利点を有している。なお、紙面の都合で、離散式の詳しい説明は省略する。

具体的な数値解析を行う前に、何らかの方法で本モデルの妥当性を検証しておくことは重要である。そこでまず、簡単な例として、直線複断面水路における不定流解析を行うこととした。

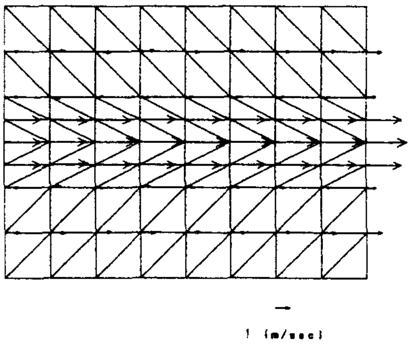
3．有限要素法を用いた数値計算モデルの妥当性

本モデルによる計算結果の妥当性を検証するため、まず、図－１に示された簡単な複断面水路の長方形領域を対象にして、定常な境界条件のもとで、本モデルによる数値計算を行った。本計算は等流状態を仮定しているため、モデルの構成が妥当であるならば、計算によって求められた結果も等流状態を示すものと考えられる。図－２は、計算で求められた流速分布を示しており、この図より、計算によって得られた流速は、場所的にほぼ一定の値、方向をとっていることが分かる。これは、計算によって求められた流れが、最初の

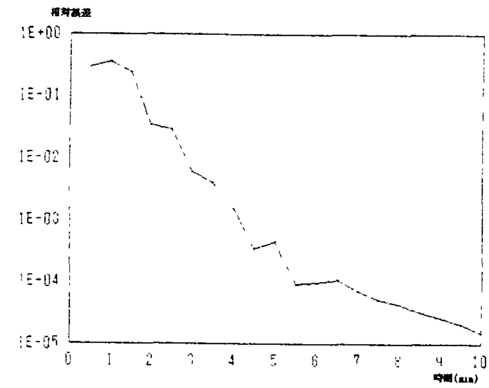


図－１　計算領域（直線複断面水路）

等流状態という仮定を満足していることを立証しており、このことから、本モデルによって得られた計算結果は、妥当なものと思われる。ちなみに、本計算によって求められた水位に対する相対誤差を示せば、図－３のようである。本図だけでは他のモデルによる相対誤差との比較ができないため一概には述べることはできないが、相対誤差はかなり急速に零に近付いており、本モデルによる計算結果は比較的早く収束するものと考えられる。

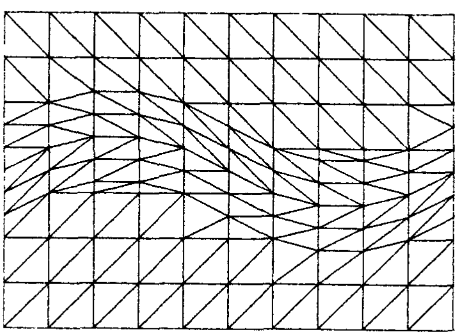


図－２　流速分布（直線複断面水路）

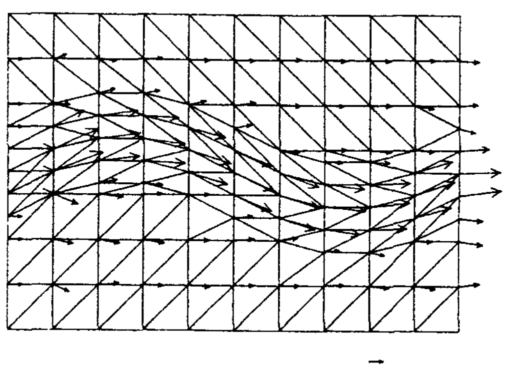


図－３　相対誤差

次に、多少複雑な計算領域に対して本モデルを適用し、結果の妥当性を検証するため、図－４に示されるような蛇行複断面水路の長方形領域を対象にして、数値計算を行った。図－５は、定常な境界条件のもとで本モデルにより得られた流速分布を示している。この図より、計算によって求められた流速はほぼ予想どうりの値、方向をとっており、このことから、複雑な計算領域に対しても、本モデルによる計算が可能であるものと思われる。



図－４　計算領域（蛇行複断面水路）



図－５　流速分布（蛇行複断面水路）

４．あとがき

本論では、２次元氾濫解析の一つとして、有限要素法を用いた数値計算法について検討した。有限要素法を用いた数値計算法は幾何形状の違いを容易に勘案でき、しかも、計算時間間隔を比較的大きく取ることができるところに特徴を有している。これらの特徴と上述された結果を合わせて考えると、一般的な複断面水路の流れに有限要素法を用いることは、充分有効であると考えられる。なお、実用上からは、実測値または他の氾濫解析モデルによる結果等と相互比較しておくことが重要であり、これらの問題に関しては、今後検討したい。

参考文献

1)Richard H,French(1986):OPEN-CHANNEL HYDRAULICS, McGraw-Hill Book Company