

変動軸力を受ける単一ケーブルの安定を失った後の応答

長崎大学工学部 学生員 ○町田健一郎

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

長崎大学工学部 学生員 畑 口 隆 範

1. まえがき ケーブルの支点が軸方向に加振されると、ケーブルにたわみ振動が生ずることが、Kovacs¹⁾や藤野²⁾によって指摘されている。この力学的メカニズムは、係数励振振動によるものである。力学的特性を明確にするためには、これまでのサグのない弦に対する研究では不十分で、サグを考慮したケーブルとしての解析をしなければならない。そこで、著者らは文献³⁾において、偏平ケーブル(サグ比1/8以下)が、軸方向周期的変動荷重を受ける場合の動的安定性を多自由度系として解析し、ケーブルの不安定領域に及ぼすケーブルのサグ比および材料パラメーターの影響を評価した。微小振動論から得られる不安定領域において、ケーブルの振動は発散する。しかし、ケーブルにおいては、たわみによって生ずる軸方向力のために、振動は有限な大きさとなる。したがって、安定を失った後の応答を明らかにするために、たわみによる非線形項を考慮して解析する必要がある。本論文においては、ケーブルの非線形項を考慮した解析を行ない、ケーブルの最大応答に及ぼす初期条件、ケーブルのサグ比および縦波-横波伝播速度比の影響を明らかにするものである。

2. 運動方程式 Irvine⁴⁾の成書によれば、図-1に示すような偏平ケーブルが変動軸方向力 $H_t \cos \Omega t$ を受ける場合の安定を失った後の運動方程式は、次式のように与えられる。

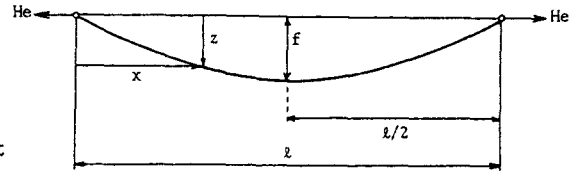


図-1 ケーブルの一般図

$$L(w) = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{8f}{l^2} h - (H_e + H_t \cos \Omega t + h) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

$$h = \frac{EA}{L_e} \left\{ -\frac{8f}{l^2} \int_0^l w dx + \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \right\}$$

ここに、 w ：面内鉛直たわみ、 t ：時間、 m ：ケーブルの単位長さあたりの質量、 f ：ケーブルサグ、 l ：スパン長、 E ：ヤング率、 A ：断面積、 $L_e = l(1 + 8f^2/l^2)$ ：ケーブル長、 H_e ：初期水平張力、 H_t ：変動水平張力の振幅、 Ω ：変動水平張力の円振動数、 h ：活荷重水平張力。

3. 解法 式(1)の解を次のように仮定する。

$$w = l \sum T_i(t) W_i(x) \quad (2)$$

ここに、 $T_i(t)$ ：未知の時間関数、 $W_i(x)$ ：境界条件を満足する座標関数。

上式の座標関数として、基準化されたケーブルの固有振動形を用いる。すなわち、対称振動の場合には、

$$W_i = (1 - \tan \frac{\pi \omega_i}{2} \sin \pi \omega_i \xi - \cos \pi \omega_i \xi) / W_{i \max} \quad (\xi = x/l) \quad (3)$$

ここに、 ω_i は第 i 次の無次元固有円振動数($\omega_i = n_i/n_0$ 、 $n_0 = \sqrt{H_e \pi^2 / m l^2}$ ；弦の1次の固有円振動数、 n_i ：ケーブルの第 i 次の固有円振動数)で、次の超越方程式の根で与えられる。

$$\tan \frac{\pi \omega_i}{2} = \frac{\pi \omega_i}{2} - \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\pi \omega_i}{2} \right)^3 \quad (4)$$

ここに、 $\lambda^2 = 64 \gamma^2 k^2 / (1 + 8 \gamma^2)$ 、 $\gamma = f/l$ ：サグ比、 $k = \sqrt{EA/H_e}$ ：縦波-横波伝播速度比。

W_i が自由振動の解であることを利用して、式(1)にGalerkin法を適用すると、次式が得られる。

$$T_s + \omega_s^2 T_s + \frac{H_t}{\pi^2} \cos \omega \tau \sum_{i=1}^n \frac{B_{is}}{A_{ss}} T_i + D_s (4\gamma C_s \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n B_{pq} T_p T_q + 8\gamma \sum_{p=1}^n B_{ps} T_p \sum_{q=1}^n C_q T_q + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^n \sum_{r=1}^n B_{qr} T_q T_r \sum_{p=1}^n B_{ps} T_p) = 0 \quad (5)$$

ここに、 $A_{ss} = \int_0^L W_s^2 d\xi$ 、 $B_{is} = \int_0^L W'_i W'_s d\xi$ 、 $C_s = \int_0^L W_s d\xi$ 、 $D_s = k^2 / \{(1+8\gamma^2) \pi^2 A_{ss}\}$ 、 $H_t = H_t / H_e$ 、 $\omega = \Omega / n_0$ 、 $\tau = n_0 t$ 。

上式は、2次、3次の非線形項をもつ非線形微分方程式である。ケーブルはサグをもつために、2次の非線形項をもつ。式(5)の一般解を求めることは不可能であるから、Runge-Kutta-Gill法による数値積分を行なう。

4. 数値結果 (1) 初期条件の影響 微小振動論で得られた不安定領域内において、微小振動の初期条件を与えれば、振動は成長して有限な大ききとなる。この時の応答は、うなりを伴った波形をもつ。このうなりの現れ方は、初期条件に依存すると考えられるので、初期条件の位相差を変えて応答を計算した。その結果初期条件の影響は、振幅には効かず、うなりの回数を変えることが明らかになった。

(2) ケーブルの最大応答 縦波-横波伝播速度比 $k=30$ のケーブルの変動張力振幅 $H_t=0.5$ における最大応答 $\bar{A}$ (最大たわみ/スパン長) とサグ比 γ との関係 (対称振動) を1次から3次まで示せば、図-2の結果を得る。ケーブルの最大応答は、サグ比の影響を受け、特定のサグ比の領域では最大応答は小さくなる。この領域は図-3の振動モードの遷移領域 (1次→2次、2次→3次など) に対応する。図-4に係数励振項の係数 C_1 とサグ比 γ との関係を示す。不安定領域及び最大応答が変化する領域で係数が大きく変動しているのが分かる。

5. まとめ 本研究によって、変動軸力を受けるケーブルの安定を失った後の応答を求めるための定式化がなされた。今後、これを用いてケーブルの最大応答に及ぼす伝播速度比、変動水平張力の振幅および減衰力の影響を詳細に明らかにする予定である。

参考文献 1) Kovacs, I., Die Bautechnik, S9, H10, 1982 (和訳: 前田, 米田: 橋梁, 1985, 1, 3), 2) Warnitchai, P., 藤野・Pacheco, B.M., 岡本: 構造工学論文集, Vol. 36A, 1990, 3) 高橋・一ノ瀬・町田・夏秋: 構造工学論文集, Vol. 37A, 1991, 4) Irvine, H.M.: Cable Structures, The MIT Press, 1981.

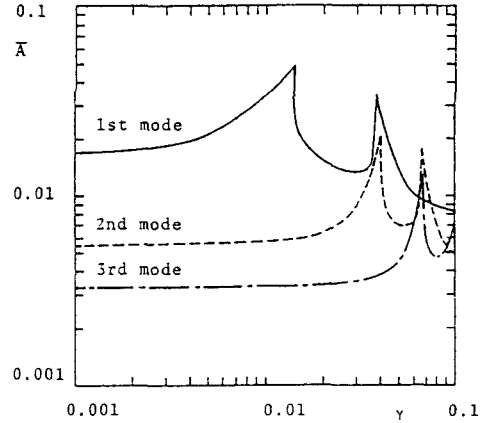


図-2 最大応答 $\bar{A}$ とサグ比 γ との関係

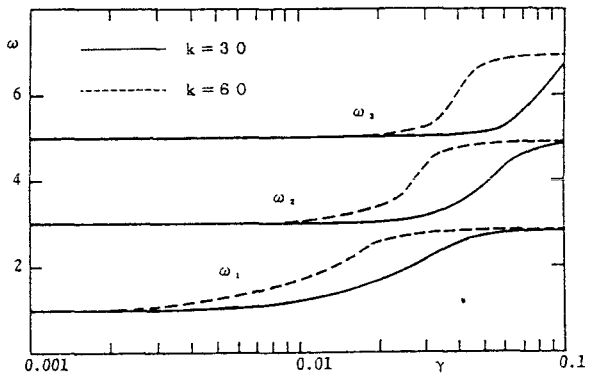


図-3 無次元固有振動数 ω とサグ比 γ との関係

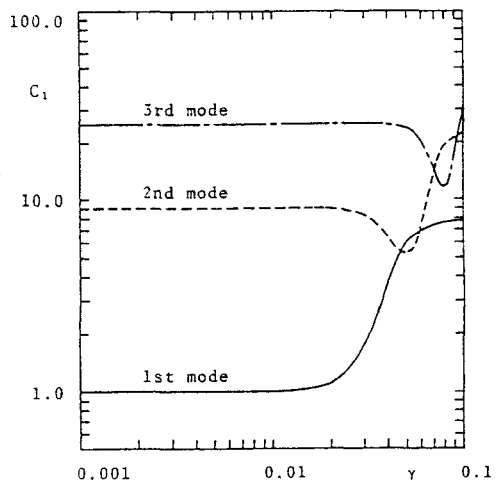


図-4 係数励振の係数 C_1 とサグ比 γ との関係