

ローゼ桁の自由振動解析

長崎大学 工学部 正 員 崎山 毅
 長崎大学 工学部 正 員 松田 浩
 長崎大学 工学部 ○正 員 森田千尋
 大日本コンサルタント 正 員 川神雅秀

1. まえがき

本研究は、アーチ部材と梁部材とが両端部において結合され、また、中間部の数ヶ所において曲げ剛性のない吊り材で相互に連結された下路式補剛アーチとしてのローゼ桁に関して、固有振動問題の一解析法を提示し、固有振動特性を明らかにしたものである。本論文において提示されるローゼ桁の固有振動解析は、アーチの面内固有振動に関する微分方程式の離散的な一般解に基づく方法で、アーチ部材の軸線形状、梁部材およびアーチ部材の曲げ剛性や伸び剛性の部材軸方向分布、格間数などに特別の制限のない、一般的な解析法である。

2. 主要部材の基礎微分方程式とその離散的な一般解

ローゼ桁は、アーチ部材と梁部材とが両端部において結合され、曲げ剛性のない数本の吊り材で相互に連結された下路式補剛アーチとして定義される。したがって、その挙動は主要部材であるアーチと梁の挙動に支配されるものと考えられる。さらに、梁はライズ比が無限に小さなアーチとみなされるので、結局、ローゼ桁の挙動は、その主要部材であるライズ比の異なる二本のアーチ部材の挙動に支配されることになる。Fig. 1に示すローゼ桁の主要二部材の固有振動に関する基礎微分方程式は、式(1. a)～(1. f)のようになる。

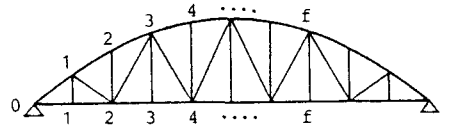


Fig. 1

$$\frac{\partial Q}{\partial S} + \frac{N}{R} + \sum_g \sum_f P_{fg} \sin \alpha_{fg} \cdot \delta(S - S_f) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (1. a)$$

$$\frac{\partial N}{\partial S} - \frac{Q}{R} + \sum_g \sum_f P_{fg} \cos \alpha_{fg} \cdot \delta(S - S_f) - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1. b)$$

$$\frac{\partial M}{\partial S} - Q + \rho I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (1. c) \quad \frac{\partial w}{\partial S} = \frac{N}{EA} + \frac{u}{R} \quad (1. e)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial S} = -\frac{M}{EI} \quad (1. d) \quad \frac{\partial u}{\partial S} = \frac{\kappa Q}{GA} + \theta - \frac{w}{R} \quad (1. f)$$

ここに、 Q :せん断力、 N :軸力、 M :曲げモーメント、 θ :部材軸接線回転角、 w :接線方向変位、 u :法線方向変位、 ρ :単位体積重量、 R :曲率半径、 I :断面二次モーメント、 A :断面積、 E :弾性定数、 G :せん断弾性定数、 κ :平均せん断応力補正係数、 S :部材軸座標、 t :時間変数、 $\delta(S - S_f)$:Diracのデルタ関数、 P_{fg} :部材軸上の左から第 f 番目の吊り材連結点における、時計回りに第 g 番目の吊り材の軸力(引張りを正)、 α_{fg} :吊り材方向角(f 点における接線より時計回りに測る)

基礎微分方程式(1. a)～(1. f)より、調和振動の仮定のもとに時間変数を分離し、改めて、基準関数 Q 、 N 、 M 、 θ 、 w 、 u および部材軸座標 S に関して、主要部材の長さおよび支間を l および L として、次の無次元量

$$X_1 = -QL^2/(EI_0), X_2 = -NL^2/(EI_0), X_3 = -ML/(EI_0), X_4 = \theta, X_5 = w/L, \\ X_6 = u/L, \eta = S/l, Y_{fg} = P_{fg}L^2/(EI_0)$$

を導入し、部材軸座標 η と水平軸座標 $\zeta = x/l$ との関係 $d\eta/d\zeta = L/(l \cos \varphi)$ を用いて変数 η を ζ に変換すれば、無次元化された基準関数 $X_1, \dots, X_6$ に関する次式が得られる。

$$\frac{dX_t}{d\zeta} = \sum_{k=1}^6 F_{tk} \cdot X_k + \sum_{f,g} H_{tfg} \cdot Y_{fg} \cdot \delta(S-S_f) \quad (2)$$

$$(t=1, \dots, 6)$$

ここに、 $F_{12} = -rC$, $F_{16} = \lambda^4 C \bar{A}$, $F_{21} = -F_{12}$, $F_{25} = F_{16}$, $F_{31} = C$, $F_{34} = -\lambda^4 C \bar{I}/\alpha^2$,
 $F_{43} = C/\bar{I}$, $F_{52} = -C/(\alpha^2 \bar{A})$, $F_{56} = -F_{12}$, $F_{61} = F_{52}/\mu$, $F_{64} = F_{31}$, $F_{65} = F_{12}$,
 $H_{1fg} = \sin \alpha_{fg}$, $H_{2fg} = \cos \alpha_{fg}$, other $F_{tk} = H_{tfg} = 0$, $\lambda^4 = \rho A_0 \omega^2 L^4/(EI_0)$,
 $r = L/R(\zeta)$, $C = 1/\cos \varphi(\zeta)$, $\bar{A} = A(\zeta)/A_0$, $\bar{I} = I(\zeta)/I_0$, $\alpha^2 = A_0 L^2/I_0$,
 $\mu = G/(\kappa E)$, φ : 部材接線傾斜角, A_0 : 基準断面積, I_0 : 基準断面二次モーメント

Fig. 2に示すような主要部材の支間水平軸 m 等分割点に対応する部材軸上の任意の離散点 i における連立微分方程式(2)の離散的な一般解 X_{ti} は、次のようになる。

この離散的な一般解を求める方法の詳細については、文献1)を参照されたい。

$$X_{ti} = \sum_{n=1}^6 a_{tni} \cdot X_{n0} + \sum_{f,g} b_{tfgi} \cdot Y_{fg} \quad (3)$$

$$(t=1, \dots, 6, \quad i=0, \dots, m)$$

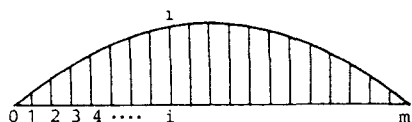


Fig. 2

離散的な一般解(3)に含まれる主要部材の左端の諸量 X_{n0} は、いわゆる積分定数であり、境界条件によって決定されるべきものである。

3. 吊り材による変形の拘束条件

Fig. 3に示すように、主要部材1上の点 $i(X_i, Y_i)$ と、主要部材2上の点 $k(\bar{X}_k, \bar{Y}_k)$ とが吊り材で連結されている。点 i の変位を (u_i, w_i) 、点 k の変位を $(\bar{u}_k, \bar{w}_k)$ とし、吊り材の伸縮変形を無視すれば、二点 i, k 間の距離は変形後も変わらないことから、吊り材による変形の拘束条件として、変位に関する二次の項を無視して、次式が得られる。

$$t_{1ik} w_i + t_{2ik} u_i - t_{3ik} \bar{w}_k - t_{4ik} \bar{u}_k = 0 \quad (4)$$

ここに、

$$t_{1ik} = (X_i - \bar{X}_k) \cos \varphi_i + (Y_i - \bar{Y}_k) \sin \varphi_i, \quad t_{2ik} = (X_i - \bar{X}_k) \sin \varphi_i - (Y_i - \bar{Y}_k) \cos \varphi_i$$

$$t_{3ik} = (X_i - \bar{X}_k) \cos \bar{\varphi}_k + (Y_i - \bar{Y}_k) \sin \bar{\varphi}_k, \quad t_{4ik} = (X_i - \bar{X}_k) \sin \bar{\varphi}_k - (Y_i - \bar{Y}_k) \cos \bar{\varphi}_k$$

条件式(4)より、吊り材本数に等しい数の変形の拘束条件式が得られる。

4. 解析例

本解析法の実用性の検証のために、文献2)、3)の天草2号橋(ランガートラス橋)および戸崎橋(ランガー橋)における振動実験結果および理論解析結果との比較を、表1、2に示す。

表1 天草2号橋固有振動周期

	対称振動周期			逆対称振動周期		
	実測 ²⁾	理論 ²⁾	本研究	実測 ²⁾	理論 ²⁾	本研究
1次	0.825s	1.050 (1.27)	0.802 (0.97)	1.160s	1.370 (1.18)	1.366 (1.18)
2次	0.477	0.591 (1.24)	0.569 (1.19)	0.327	0.404 (1.24)	0.354 (1.08)
3次	0.237	0.228 (0.96)	0.233 (0.98)			0.203

表2 戸崎橋固有振動周期

	対称振動周期			逆対称振動周期		
	実測 ³⁾	理論 ³⁾	本研究	実測 ³⁾	理論 ³⁾	本研究
1次	0.786s	0.852 (1.08)	0.778 (0.99)	1.370s	1.519 (1.11)	1.534 (1.12)
2次	0.509	0.611 (1.20)	0.553 (1.09)	0.327	0.380 (1.04)	0.387 (1.06)
3次	0.216	0.243 (1.13)	0.250 (1.16)		0.169	0.176

参考文献

- 1) 崎山 毅: 初期荷重を有する変断面任意形アーチの面内自由振動解析, 土木論集, 287
- 2) 工事報告天草五橋, 日本道路公団編
- 3) 吉村・平井: ランガー桁の動的解析, 土木論集, 101