

トラス構造物の部材断面積変化の逆推定

熊本大学工学部 学生員 ○栗崎 博文
 同 上 正 員 三池 亮次
 同 上 正 員 小林 一郎

1. はじめに 骨組構造において、剛性マトリックス K が未知で、これを外力 p と節点変位 d の実測値から推定する構造同定問題は、多くの研究が行われている¹⁾。ただし、 p は独立に与えられても d の値は、いわゆる、多重共線性の問題があるため相関が顕著であり、 $p = Kd$ の剛性方程式を用いるよりも $d = Fp$ のたわみ性方程式より部材断面積の変化を推定する方が合理的であると考えられる。筆者らはこれまでアーチダムの荷重とたわみの実測値の間に線形回帰モデルを設定し、荷重からたわみを求め、たわみ性係数を推定し、重回帰構造の時間的変化から、ダムの安全管理が可能であることを指摘した^{2,3)}。ここでは、トラス構造への応用に関する基礎的事項の検討を行った。

2. 構造解析の基礎式 トラス構造の節点に作用する外力と変位をそれぞれ p 、 d とすると、剛性マトリックス K を用い

$$p = Kd \quad (1)$$

が成り立つ。これより、たわみ性マトリックス F を用いて、外力から変位を求める式を導くと

$$d = Fp \quad (2)$$

が得られる。これをさらに変形し

$$d = Pf \quad (3)$$

とする。ここで f は、たわみ性係数ベクトルであり、 $f^T = [f_{11}, f_{12}, \dots, f_{1n}, f_{21}, \dots]$ のように F を列ベクトルに配置したものである。また P は d と f を線形変換する荷重マトリックスとなる。

3. たわみ性マトリックスの逆推定 式(2)を次式のように変形する。

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

いま $p_2 = 0$ であり、 p_1 のみを載荷する場合

$$d_1 = F_{11}p_1 \quad (5)$$

を考えればよい。ここで $d_1^{(l)}$ 、 $p_1^{(l)}$ を計測して、 F_{11} を推定することになる。ここに添字 (l) は第 l 番

目の組の観測を意味する。そのためトラス橋なら載荷しやすい節点、方向に外力をかけ、それに対応する変位も計測しやすい節点をえらぶことができる。

式(3)より回帰式をたてると

$$d = Pf + e \quad (6)$$

となる。ただし e は観測偏差である。これより f の推定値は

$$\hat{f} = (P^T P)^{-1} P^T d \quad (7)$$

のように決定することができる。

4. 断面積変化の逆推定 部材の断面積 A が A' に、たわみ性係数は f から f' に、それぞれ変化したときの断面積変化 δA を

$$\delta f = f' - f = \frac{\partial f}{\partial A} (A' - A) \equiv V \delta A \quad (8)$$

と定義する。式(6)と同様の回帰式をたてると、断面積変化の推定値は次式のようにになる。

$$\delta \hat{A} = (V^T V)^{-1} V^T \delta f \quad (9)$$

4. 数値計算例 図-1 に解析モデルを示す。はじめに、第3, 2部材の断面積のみが5%変化した場合のたわみ性係数の推定例を示す。式(5)で示したように、すべてをの F を式(6)の回帰式における回帰係数 f として選択する必要はないので、ここでは、図-1の載荷点方向の荷重に対する a 点の鉛直方向変位に関するたわみ性係数(計9個)を推定する。表-2には荷重ケースを、表-3には推定値を示した。荷重ケース(計測回数)は40ケースと20ケースについて計算したがいずれも正解に一致していた。表-2より f_8 と f_9 の変化が大きく出ているので、図-1の構造の右側の部材に断面積変化が生じていることがわかる。式(6)の回帰式を用いて回帰構造の変化を検定し安全管理を行う手法の詳細については文献2)、3)を参照されたい。

上記のたわみ性係数のみの推定では構造のある部分に断面積変化があった場合の推定あるいは安全管理は可能であるが、部材の特定をする事はできない。ここでは、

[手法1] 式(8)の f と f' が既知で、式(9)より各部材の断面積変化を推定する場合、

[手法2] 式(7)より f' を推定し、式(9)を計算する場合

について断面積変化の逆推定を行う。図-2はたわみ性係数の選択法を、表-3には解析結果を示した。手法1で、CASE 1とCASE 2のように変位の計測点を1ヶ所にした場合には、推定精度が極めて良いが、CASE 3やCASE 4のように複数の計測点の変位データを採用すると、極度に推定精度が低下するものがでてくる。これは前述のdに関する多重共線性が確認されたものと考えられる。このため手法2では、CASE 2のみにあつての解析を行ったが、結果は正解と良く一致している。

参考文献 1) 松井他:逆解析によるトラス構造物の剛性の推定、第43回年講、pp.630-631, 1988.
2) Miike, Kobayashi: Safety Control of Arch Dams by Regression Model, Proc. of 2nd Int. Symposium Design of Hydraulic Structures 89, Balkema, pp.91-96, 1989. 3) 小林、三池: ファジィ重回帰モデルによるアーチダムの安全管理、構造工学論文集 Vol.37A (印刷中)

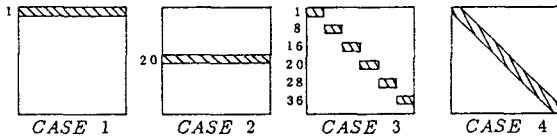


図-2 たわみ性係数の選択法

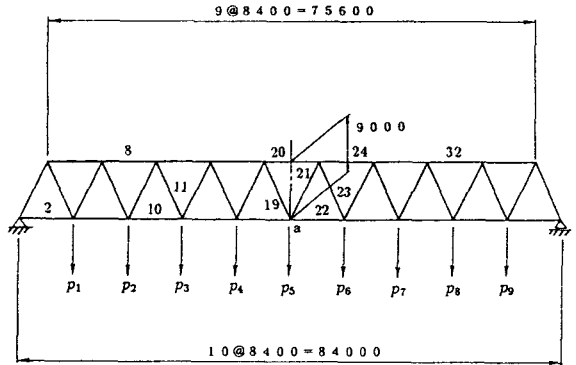


図-1 解析モデルと荷重条件

表-1 荷重ケース (単位: tf)

載荷番号	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
1	3.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
2	1.0	3.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
3	1.0	1.0	3.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
4	1.0	1.0	1.0	3.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
5	1.0	1.0	1.0	1.0	3.0	1.0	1.0	1.0	1.0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
40	1.0	1.0	1.0	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

表-2 たわみ係数の逆推定の結果

(単位: $cm/kgf \times 10^{-5}$)

	f	f'	$\delta f = f' - f$	δf の割合 (%)
1	1.4335	1.4174	-0.0161	-1.1255
2	2.7738	2.7415	-0.0323	-1.1633
3	3.9278	3.8794	-0.0484	-1.2323
4	4.8023	4.7378	-0.0645	-1.3438
5	5.3040	5.2234	-0.0807	-1.5209
6	4.8023	4.7055	-0.0968	-2.0157
7	3.9278	3.8149	-0.1129	-2.8753
8	2.7738	2.6448	-0.1291	-4.6531
9	1.4335	1.3690	-0.0645	-4.5019

表-3 断面積の逆推定の結果 (単位: cm^2)

部材番号	仮定断面積変化	手法 1				手法 2
		CASE 1	CASE 2	CASE 3	CASE 4	CASE 2
2	-20.0000	-21.2804	-21.2804	-21.2804	-21.2804	-21.3445
8	-20.0000	-20.9818	-20.9818	-20.9818	-20.9818	-20.7142
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.1281
11	-20.0000	-22.1704	-22.1704	-22.1704	-22.1704	-22.3363
19	0.0000	0.0000	0.0000	424.6405	-39.1152	-0.1506
20	0.0000	0.0000	0.0000	-458.4251	88.5561	-0.0496
21	-20.0000	-22.1704	-22.1704	-22.1704	-727.2058	-22.2010
22	-20.0000	-21.2804	-21.2804	-21.2804	-21.2804	-21.4741
23	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1425
24	-20.0000	-20.9818	-20.9818	-20.9818	-20.9818	-20.7142