

## リンク交通量観測値を用いた確率均衡配分モデルの未知パラメータ推定法

九州東海大学 正 員 溝上 章志  
 ○九州東海大学 学生員 安井 洋

## 1. はじめに

Fiskが提案したロジット型の確率均衡経路選択規範を満足する確率均衡配分モデルについて、近年、いくつかの理論的研究が行われている。しかし、このモデルは実際の配分プロセスに用いるまでには至っていない。それはモデルの中に含まれるパラメータ $\theta$ の値をあらかじめ設定することが容易ではないためである。本研究では、 $\theta$ の値をリンク交通量の観測値を用いて、現実の経路選択結果に最も適合するように推定する方法を提案し、その実用可能性をシミュレーションにより検証することを目的としている。

2.  $\theta$  値の推定モデルの定式化

Fiskが提案した確率均衡配分モデルは以下のロジット型確率均衡経路選択確率を与える。

$$p_{ijk}^* = \frac{\exp(-\theta c_{ijk}^*)}{\sum_l \exp(-\theta c_{ijl}^*)} \quad (1)$$

ここで、\*は均衡値を表し、 $p_{ijk}$  はijODペア間第k経路の選択確率、 $c_{ijk}$  はijODペア間第k経路のコストで、 $c_{ijk} = \sum_a \delta_{ijk,a} t_a(v_a^*)$ を満たす。式(1)より $\theta$ の値は配分交通量の推定値に大きな影響を与えることは理論的にも明らかである。したがって、実際の交通配分プロセスにFiskのモデルを用いる場合には、 $\theta$ 値を正確に設定しておく必要がある。

Fiskモデルにおける $\theta$ の推定モデルを定式化するに当たって、 $q_{ija}$ :ij間のOD交通量のうちリンクaを利用する交通量、 $r_{ija}$ :ij間のOD交通量がリンクaに生起する先験確率、 $p_{ija}$ :ij間のOD交通量のリンクaの道路区間利用率なる変数を定義する。

いまリンクaにおける $q_{ija}$ の構成の仕方を確率的にとらえ、最も起こりやすい状態でリンクa上の各OD交通量 $q_{ija}$ の組み合わせが生起していると考え。このとき観測リンクa( $a=1, \dots, m$ )において $q_{ija}$ が生起する同時生起確率は

$$A = \prod_a \frac{v_a!}{\prod_{ij} q_{ija}!} \prod_{ij} (r_{ija})^{q_{ija}} \quad (2)$$

となり、 $q_{ija}$ は式(2)を目的関数とする最適化問題の解として求められる。目的関数を簡単にするため両辺の対数を取り、スターリングの公式を用いて変形するとこの問題は以下の最適化問題と同値になる。

$$\min : I = \sum_a \sum_{ij} \sum_j q_{ija} \ln \left( \frac{q_{ija}}{v_a \cdot r_{ija}} \right)$$

一方、Fiskモデルの解である経路選択確率の均衡値は式(1)で表されるから、 $q_{ija}$ は

$$q_{ija} = \sum_k \delta_{ijk,a} t_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{ijk})}{\sum_l \exp(-\theta c_{ijl})} \quad (3)$$

となる。これを式(3)に代入することによってこの問題は以下の $\theta$ を未知変数とする最適化問題となる。

$$\min_{\theta} : F = \sum_a \sum_{ij} \sum_j \left\{ \sum_k \delta_{ijk,a} t_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{ijk})}{\sum_l \exp(-\theta c_{ijl})} \cdot \ln \left[ \frac{\sum_k \delta_{ijk,a} t_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{ijk})}{\sum_l \exp(-\theta c_{ijl})}}{v_a \cdot r_{ija}} \right] \right\}$$

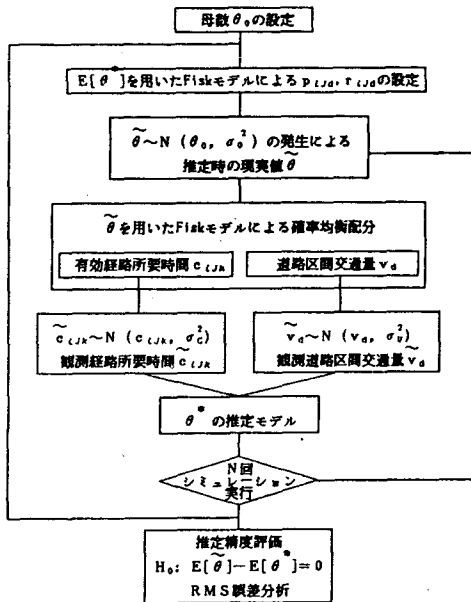
ここでOD交通量は既値であり、ij間の有効経路が限定できれば $\delta_{ijk,a}$ は決まり、 $c_{ijk}$ は有効経路上の所要時間の実測から得られる。したがって $p_{ija}$ を何らかの方法で先験的に与えることができれば $r_{ija}$ は

$$r_{ija} = t_{ij} p_{ija} / \sum_j t_{ij} p_{ija}$$

で与えられるから、 $v_a$ と $c_{ijk}$ の観測値と有効経路を与えることによって、真の $\theta$ 値を求めることができる。

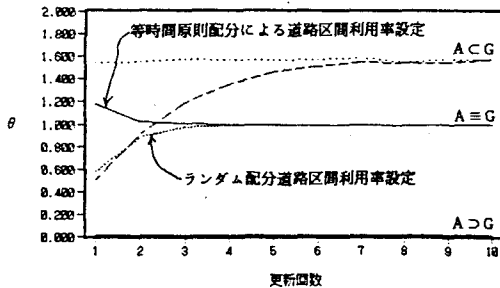
## 3. モデルの適用可能性分析

現実の道路網に対して本モデルを適用する前に、①有効経路集合 $k_{ij}$ と先験確率 $r_{ija}$ の与え方、②実測道路区間数と位置、③ $v_a$ や $c_{ijk}$ の観測精度などに対して、本モデルの推定特性を明らかにしておく必要がある。ここでは、モデルネットワークにおいて図-1に示すようなシミュレーションによりこれらの項目に対する推定精度の検討を行った。



図一 シミュレーションの方法

まず有効経路集合と道路区間利用率  $p_{i,j,d}$  の先決誤差についてモデルの推定精度分析を行った。道路区間利用率を等時間原則で与えた場合とランダム配分で与えた場合の推定結果を図一2に示す。これより  $E[\theta^*]$  は道路区間利用率の初期値によらず更新過程の導入によって真値へ収束していくことが分かる。



図二 道路区間利用率の更新による解の収束過程

次に、本モデルで先決する有効経路集合  $A$  が現実の有効経路集合  $G$  に対して  $A < G$ 、 $A > G$ 、 $A \equiv G$  であるときの推定結果を図一2に示す。これより本モデル

は有効経路集合を現実の有効経路集合と同じもので設定しなければ正しい真値を推定できない欠点を持つことが分かる。

表一 リンク交通量の観測誤差による推定精度の比較

|       |               | $t_p$ | 0.01                   | 0.03                   | 0.05                   | 0.10                   |
|-------|---------------|-------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| EMモデル | $E[\theta^*]$ |       | 0.996                  | 0.966                  | 0.732                  | 0.611                  |
|       | $V[\theta^*]$ |       | $0.611 \times 10^{-1}$ | $0.429 \times 10^{-2}$ | $0.450 \times 10^{-2}$ | $0.379 \times 10^{-2}$ |
|       | t値            |       | 0.38                   | 0.37                   | 2.80*                  | 4.40*                  |
|       | RMSE          |       | $0.249 \times 10^{-2}$ | $0.694 \times 10^{-2}$ | $0.758 \times 10^{-2}$ | $0.809 \times 10^{-2}$ |
| 提案モデル | $E[\theta^*]$ |       | 0.996                  | 0.997                  | 0.998                  | 1.001                  |
|       | $V[\theta^*]$ |       | $0.212 \times 10^{-2}$ | $0.308 \times 10^{-3}$ | $0.496 \times 10^{-3}$ | $0.138 \times 10^{-2}$ |
|       | t値            |       | 0.25                   | 0.17                   | 0.10                   | 0.07                   |
|       | RMSE          |       | $0.142 \times 10^{-1}$ | $0.178 \times 10^{-1}$ | $0.230 \times 10^{-1}$ | $0.387 \times 10^{-1}$ |

注)  $\theta_0 = 1.0$ ,  $t_p = t_c = 0.01$ ,  $N = 50$ ,  $m = 24$

#### 4. EMモデルとの推定特性の比較分析

リンク交通量の観測誤差に対する推定精度について従来から  $\theta$  の推定モデルとして用いられているEMモデルとの比較を行う。リンク交通量の観測誤差の大きさを表す変動係数を変化させて、本モデルとEMモデルによる推定精度の比較を行った結果を表一に示す。EMモデルは観測誤差が大きくなるにつれて  $E[\theta^*]$  を過小推定するというバイアスをもつ。またRMS誤差も本モデルと比較してかなり大きくなる。このように、本モデルはEMモデルと比較してリンク交通量の観測誤差が  $\theta$  の推定精度に与える影響は小さく、統計的にも信頼性の高い推定値が得られることが明らかになった。また、EMモデルと入力データは全く同じであることから本モデルの実用可能性はより高いといえよう。

#### 参考文献

- 1) Fisk, C.: Some Developments in Equilibrium Traffic Assignment, Transp. Res., B, Vol. 14B, pp. 234-255, 1980.
- 2) Sheffi, Y.: Urban Transportation Networks; Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Method, Prentice-Hall, 1985.
- 3) Van Zuylen, H. J. & L. G. Willumsen: The Most Likely Trip Matrix Estimated from Traffic Counts, Transp. Res., B, Vol. 14B, pp. 281-293, 1980.