リンクフローによるＯＤ交通量推計精度と交通量観測体制との関連性分析

九州大学工学部　学生員○ 小松　裕和
九州大学工学部　正　員　外井　哲志
九州大学工学部　正　員　樗木　武

１．はじめに

道路計画や道路管理において，交通量調査から得られる情報は各方面において重要な役割を果たしている．道路網のリンクフローからＯＤ交通量を推計するにあたっても，交通量観測体制は重要な要素であり，このため合理的に交通量を観測するための適切な観測点配置が必要とされる．

外井らはすでに基本的な方法によるＯＤ交通量推定のための観測点の選定規準を提案した[1]が，本研究では既存の推定手法[2]に関して観測点の選定規準を明確にするための分析を行なったものである．

２．推計モデルと対象リンク

対象リンクのＯＤ交通量を推計するモデルに関してはこれまで種々の方法が提案されており，ＯＤパターンを重力モデルで与えるタイプと，既往のＯＤ交通量のパターンで与えるタイプに分けられる．

後者のモデルのうち比較的実用的なものに，残差平方和最小化モデルがある．本研究ではその中で，道路区間モデル[2]とよばれるモデルを対象とする．

このモデルでは，リンクフローの推計値V_aと観測値V_a^*の残差平方和を最小にする発生交通量 O_iを求め，ＯＤ交通量T_{ij}を推計する．

つまり，次の目的関数Ｇの最小化を図る．

$$\text{Minimize}\quad G=\sum_a \xi_a\,(V_a-V_a^*)^2$$
$$=\sum_a \xi_a\,(\sum_i\sum_j O_i\cdot f_{ij}\cdot p_{aij}-V_a^*)^2 \qquad (1)$$

ここに，$\xi_a=1$(観測リンク)，0(非観測リンク)，O_iはｉゾーンの発生交通量，f_{ij}はゾーンｉからゾーンｊへのＯＤ推移確率，p_{aij}は道路区間利用率である．ここで$\sum_j f_{ij}\cdot p_{aij}=Q_{ai}$とおく．Ｇを$O_j$で偏微分して零とおき，整理すると式（２）が得られる．

$$\sum_i (O_i\cdot C_{ji}-E_j)=0,\ (j=1,2,\cdots,n) \qquad (2)$$

ここに，

$$C_{ji}=\sum_a \xi_a\cdot Q_{aj}\cdot Q_{ai},\quad E_j=\sum_a \xi_a\cdot V_a^*\cdot Q_{aj}$$

したがって，発生交通量O_iは式（２）に示す連立一次方程式を解くか，$[c_{ij}]^{-1}$を計算して，式（３）のよう求めることができる．

$$\{O_i\}=[c_{ij}]^{-1}\{E_j\} \qquad (3)$$

道路区間モデルでＣが逆行列をもつための必要十分条件は，Ｃの各行，各列が互いに独立であることである．すなわち，Ａを任意の定数とすると，任意の第ｋ行と第ｉ行について，

$$c_{ij}\neq A\,c_{kj}\ (j=1,2,\cdots n) \qquad (4)$$

となることである．式（４）は，

$$\sum_a \xi_a(Q_{ai}-AQ_{ak})Q_{aj}\neq 0\quad (j=1,2,\cdots,n) \qquad (5)$$

したがって，式（５）が成立するためには，すべてのｊについて，$\xi_a\,(Q_{ai}-AQ_{ak})\,Q_{aj}\neq 0$となるリンクがそれぞれ１本以上存在すればよい．行列[Q_{ai}]がｉに関して一次独立であれば，すべてのａについて$(Q_{ai}-AQ_{ak})\neq 0$と考えてよく，この場合には各ｊに関して$Q_{aj}\neq 0$なるリンクａ（ｊによって異なってよい）が存在すれば$\xi_a=1$とすることにより，式（５）が成立する．以上をまとめると，C^{-1}が存在するための十分条件は，(a)行列［Q_{aj}］がｉに関して一次独立であること．(b)$Q_{aj}\neq 0$なるリンクａが各ｊに関して１本以上存在すること(すべての種類のゾーン発生交通量が観測リンクのいずれかを流れていること)である．

道路区間利用率に誤差が含まれており，$p_{aij}'=p_{aij}+\Delta p_{aij}$であるとすると，諸量の誤差成分$\Delta Q_{ai}$，$\Delta c_{ij}$，$\Delta E_j$，$\Delta O_i$は次のように表わせる．

$$\left.\begin{aligned}
\Delta Q_{ai}&=\sum_a f_{ij}\Delta p_{aij}\\
\Delta c_{ij}&=\sum_a \xi_a\,(Q_{aj}\Delta Q_{ai}+Q_{ai}\Delta Q_{aj})\\
\Delta E_j&=\sum_a \xi_a V_a \Delta Q_{aj}\\
\Delta O_i&\fallingdotseq\sum_j c_{ij}'\,(\Delta E_j-\sum_i \Delta c_{ij} O_i)
\end{aligned}\right\}\qquad (6)$$

ここにc_{ij}'，O_iは各々C^{-1}，$C^{-1}\cdot\{E_j\}$の要素．

Δp_{aij}の期待値，分散を各々$\mu_{aij}=0$，σ_{aij}^2とすれば，ΔO_iの期待値，分散は次のようになる．

$$
\left.
\begin{array}{l}
\mu_{\Delta 0i}^2 = 0,\ \sigma_{\Delta 0i}^2 = \sum_j c_{ij}' \left(\sigma_j^2 - \sum_i O_i^2 \sigma_{ij} \right) \\
\text{ここに，}\ \sigma_j^2 = \sum_a \xi_a V_a^2 \left(\sum_i f_{ij}^2 \sigma_{aij}^2 \right), \\
\qquad \sigma_{ij}^2 = \sum_a \left\{ Q_{ai}^2 \left(\sum_j f_{ij}^2 \sigma_{aij}^2 \right) \right. \\
\qquad\qquad \left. + Q_{aj}^2 \left(\sum_i f_{ij}^2 \sigma_{aij}^2 \right) \right\}
\end{array}
\right\} \quad (7)
$$

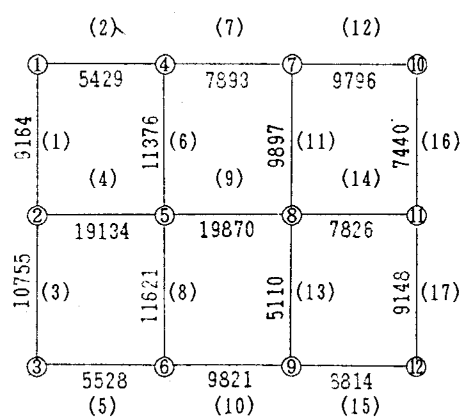
したがって，次の最適化問題を解けば各ＯＤ交通量の誤差率の制御による，最小観測点数の配置が得られる．

$$
\left.
\begin{array}{ll}
\text{Minimize} & Z = \sum_a \xi_a, \\
\text{S.T.} & \sigma_{0i} / O_i < \theta_i \quad (i=1,2,\cdots,n)
\end{array}
\right\} \quad (8)
$$

ここに，θ_iは許容水準である．

3．観測リンク選定の影響

道路区間モデルは 式（３）を用いて解を求めるので，Ｃの逆行列の存在が解の存在の前提となる．Ｃの逆行列の存在しうる観測体制が備えるべき条件を具体的に調べるため，観測リンクの数とその組合せを変化させながら逆行列の存在の有無を調べた．このために用いたネットワークを図－１に示す．リンク数は17，発生ノード数は12である．本研究では所与のＯＤ表とリンクデータを用いて，分割配分法により17本のリンクに交通量を配分した．



図－１　道路網図

（ ）内はリンク番号

選択リンク数が二本の場合に，選択リンクに対応する［Q_{aj}］の列の内いずれか一方の要素の値が全て０ならば，前述したように逆行列は存在しない．また，［Q_{aj}］に選択リンクを対応させて新たに作られる行列［R_{aj}］を次のように定義する．

$$
[R_{aj}] = \{\xi_a\} \cdot [Q_{aj}] \qquad (9)
$$

［R_{aj}］はａが観測リンクである時に［Q_{aj}］のａ行要素に１を乗じ，その他の行には０を乗じたものであり，ａ行には［Q_{aj}］内の各要素が残り，他は０となる．実際に計算によって算出された結果の例を挙げ，この行列の各列に０以外の要素が一つしかない場合について考察する．

本例で選択リンクを１と２とした場合，［R_{aj}］の第６列と第９列の１行目以外の要素は０となった．すなわち，

$(R_{16} = 0.0748\ 0\ 0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 0)$

$(R_{19} = 0.0563\ 0\ 0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 0)$

行列［Q_{aj}］と［R_{aj}］の積から［C_{ij}］を求めると，［C_{ij}］の第６列は［Q_{aj}］の第１列にR_{16}＝0.0748を乗じたもの，［C_{ij}］の第９列も［Q_{aj}］の第１列にR_{19}＝0.563を乗じものに他ならない．

すなわち６列［0.04789 0.01215 0.00907 ・・・］

　　　　９列［0.03607 0.00914 0.00682 ・・・］

ここで，$C_{i6} = A C_{i9}$（A＝1.328）となっており，ｊに関して［C_{ij}］は一次独立ではない．

以上のように，［R_{aj}］の２つ以上の列で，０でない要素が２個未満であり，しかもそれらの存在する行が一致する場合には［C_{ij}］の逆行列は求められず，このようなリンクの選び方では道路区間モデルによって発生交通量を求めることはできないことがわかる．

4．あとがき

本研究において解の存在条件を整理するとともに，モデルケースにおいてリンク数１とリンク数２のすべての組合せについて［C_{ij}］の存在を調べた．その結果，本例ではリンク数２以下では，［C_{ij}］$^{-1}$が存在しないことがわかった．リンク数３以上の場合については現在検討中であり，詳細は誤差率の制御による最適配置問題とともに当日発表する予定である．

参考文献

１）外井，樗木他：リンクフローによる交通需要推計のための交通量観測点の配置に関する一考察，土木学会論文集（投稿中）．

２）土木計画学委員会：交通ネットワークの分析と計画：最新の理論と応用，土木計画学講習会テキスト，pp.97-119,1987.