

作業時間のあいまい推定にもとづく作業日程計画(ファジイPERT)に関する研究

九州大学工学部 学生員 ○池田 総司

九州大学工学部 正 員 樽木 武

九州大学工学部 学生員 M. TATISH

1. まえがき 土木工事の日程を検討する一手法としてPERTがあり、今日でも実務の上で広く用いられているが、なお、残された課題がある。すなわち、従来のPERT手法では、作業時間を1点見積りにより確定的に扱うか、3点見積りにより確率的に扱うかのいずれかによっている。しかし、実際問題として、あいまいさの概念での扱いが求められるケースが多い。

そこで本研究は、作業時間の推定におけるあいまいさを考慮したPERT手法の開発を試み、ファジイPERTあるいはFPERTとして提案するものである。

2. 従来型PERTの線形計画法による解釈 従来型PERTは一般にはグラフ論的手法として図式的に解かれるが、これを以後の展開のため線形計画法により解釈すれば次のとおりである。

工事における作業要素 (i, j) の開始日 S_{ij} および完了日 F_{ij} と、これと結びつく節点 i, j の節点日時 T_i, T_j との関係を式で表現すれば、

$$T_i \leq S_{ij} \quad ((i, j) \in W) \quad \text{-----} \quad ①$$

$$T_j \geq F_{ij} \quad ((i, j) \in W) \quad \text{-----} \quad ②$$

$$F_{ij} - S_{ij} = t_{ij} \quad ((i, j) \in W) \quad \text{-----} \quad ③$$

$$\text{および } T_i \geq 0 (i \in N); F_{ij} \geq 0, S_{ij} \geq 0 ((i, j) \in W) \quad ④$$

ここに、 W はネットワークを構成する作業要素の集合であり、 N は節点集合である。また、 $i < j$ となるよう節点番号は付されており、最初の節点番号を1、最後のそれを n とする。

従来型PERTにおける最早プランは、上記①～④の各式による制約条件のもとで、ネットワーク日数

$$Z = \sum T_i + \sum (S_{ij} + F_{ij}) \quad \text{-----} \quad ⑤$$

を最小にする問題としてとらえることができる。

他方、PERTにおける最遅プランは、式①～④と最早プランにより求められる工期 $T_n = T^*$ の条件のもとで、式⑤の Z を最大にする問題として定式化できる。

3. 作業時間推定のあいまいさの扱いについて

作業時間推定のあいまいさを次の4タイプに分ける。

(1)タイプ1 本タイプは、従来のように作業時間が1点見積り $t_{ij} = \tau_{ij}$ としてえられるものである。

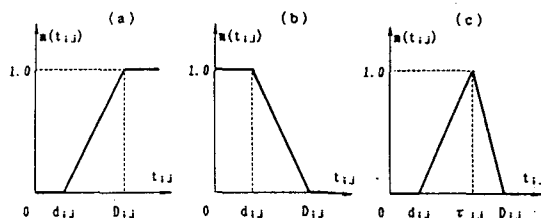


図1 作業時間のメンバーシップ関数

(2)タイプ2 「 t_{ij} は最低限 d_{ij} 必要であると考えられるものの、 D_{ij} とすれば間違いないところであろう」といった内容をタイプ2とする。

メンバーシップ関数が直線式で仮定できるものとすれば(図1(a))、上述の内容は、

$$1 - \frac{D_{ij} - t_{ij}}{D_{ij} - d_{ij}} \geq \lambda \quad \text{-----} \quad ⑥$$

において、 λ の値をできる限り大きくすること(t_{ij} をできる限り D_{ij} に近づけること)と解釈できる。

(3)タイプ3 「 t_{ij} はできる限り d_{ij} であることが望まれるが、遅れても D_{ij} までである」といった内容の作業時間推定である。この場合もタイプ2と同じように考察することができ(図1(b))、結果は

$$1 - \frac{t_{ij} - d_{ij}}{D_{ij} - d_{ij}} \geq \lambda \quad \text{-----} \quad ⑦$$

において λ を極力大きくすることで表現できる。

ただし、

$$t_{ij} \geq d_{ij} \quad \text{-----} \quad ⑧$$

なる条件を追加する必要がある。

(4)タイプ4 「 t_{ij} はできる限り τ_{ij} であることが望まれるが、いくら急いでも d_{ij} までであり、あるいは逆に遅れても D_{ij} までである」といった内容をタイプ4とする。これはあいまいさの概念からいえばタイプ2とタイプ3を複合化した作業時間の推定とみることができ、次のように定式化される(図1(c))。

$$\left. \begin{aligned} 1 - \frac{\tau_{ij} - t_{ij}}{\tau_{ij} - d_{ij}} &\geq \lambda \\ \text{または} \\ 1 - \frac{t_{ij} - \tau_{ij}}{D_{ij} - \tau_{ij}} &\geq \lambda \quad \text{かつ} \quad t_{ij} \geq \tau_{ij} \end{aligned} \right\} \quad ⑨$$

4. ファジィPERT (FPERT) 前章に示すような作業時間推定のあいまいさを含む工事ネットワークに関し、PERT手法を適用することは、従来型PERTにおける未知量 T_{ij} , F_{ij} , S_{ij} に加えて、 t_{ij} をも未知量として扱うことになる。このことを考慮し、ファジィPERTを考えれば、従来型PERTと同様に最早プラン、最遅プランの2通りが発想できる。

(1)FPERT 最早プラン 本題の目的関数は、基本的には式⑤のネットワーク日数を最小にすることである。しかし、この他にも $Z_0 = \lambda$ を極力大きくすることが求められ、結局は2目的問題になる。この処理として、ネットワーク時間 Z を最小にするという考えをゆりめて妥協を図る方法をとることが考えられる。すなわち、 Z の最小値、最大値を Z_1 , Z_0 とすれば、

$$1 - \frac{Z - Z_1}{Z_0 - Z_1} \geq \lambda \quad \text{-----} \quad (10)$$

とおいて、 λ をできる限り大きくすることである。

以上の内容から、FPERT最早プランの数学モデルを求めれば次の諸式で与えられる。

$$\text{Maximize } Z_0 = \lambda$$

$$\text{subject to } T_i = 0, T_i \leq S_{ij}, T_j \geq F_{ij} ((i, j) \in W)$$

$$F_{ij} - S_{ij} = t_{ij} \quad (\text{タイプ1})$$

$$1 - \frac{D_{ij} - F_{ij} + S_{ij}}{D_{ij} - d_{ij}} \geq \lambda \quad (\text{タイプ2})$$

$$1 - \frac{F_{ij} - S_{ij} - d_{ij}}{D_{ij} - d_{ij}} \geq \lambda, F_{ij} - S_{ij} \geq d_{ij} \quad (\text{タイプ3})$$

$$1 - \frac{\tau_{ij} - F_{ij} + S_{ij}}{\tau_{ij} - d_{ij}} \geq \lambda \quad (\text{タイプ4})$$

$$\text{または } 1 - \frac{F_{ij} - S_{ij} - \tau_{ij}}{D_{ij} - \tau_{ij}} \geq \lambda \text{ かつ } t_{ij} \geq \tau_{ij}$$

$$1 - \frac{\sum_{i \in N} T_i + \sum_{(i, j) \in W} (S_{ij} + F_{ij}) - Z_1}{Z_0 - Z_1} \geq \lambda$$

$$\text{and } S_{ij} \geq 0, F_{ij} \geq 0 ((i, j) \in W);$$

$$T_i \geq 0 (i \in N); \lambda \geq 0 \quad \text{-----} \quad (11)$$

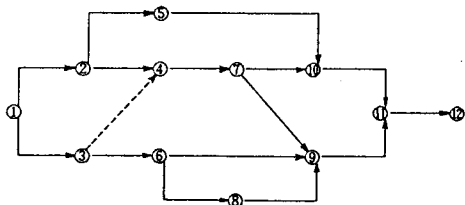


図2 計算例

(2)FPERT 最遅プラン $T_n = T^*$ のもとでネットワーク日数 Z を出来る限り大きくすることを考えれば、最早プランの場合と同様に最遅プランの数学モデルがえられる。

表1 各作業要素のデータ

job	type	d_{ij}	τ_{ij}	D_{ij}	job	type	d_{ij}	τ_{ij}	D_{ij}
1,2	1		10		6,8	2	3		7
1,3	2	25		35	6,9	2	8		15
2,4	3	2		7	7,9	4	10	14	17
2,5	1		20		7,10	2	5		8
3,4	1		0		8,9	1		4	
3,6	3	9		15	9,11	2	6		13
4,7	3	15		24	10,11	3	7		9
5,10	4	14	16	21	11,12	1		6	

(day)

(day)

5. 適用例 図2,表1に示すネットワークに関し、FPERTを適用する。式⑪にもとづくFPERT最早プランの数学モデルを作成し、シンプレックス法により解けば図3(a)の結果がえられる。一方、最遅プランは、 $T_{12}=77.11$ として解けば $T_1=2.49$, $\lambda^*=0.60$ をうる。この解では T_1 が必ずしも0でなく、 λ^* も最早プランのそれよりも小さい。 $T_1=0$ を満足させつつ λ^* をより大きくするには、 Z_0 をより小さい値に設定して妥協を図ればよく、 $Z_0=2568$ から試行錯誤的にその値を減じながら計算を繰返せば、 $Z_0=2338.6$ のとき図3(b)の結果をうる。また、このとき $\lambda^*=0.72$ となり、最早プランのそれに一致し、したがって、 t_{ij} も同じ値になる。なお、この事実から、最遅プランをわざわざFPERTで解くまでもなく、最早プランの t_{ij} を用いて従来型PERT最遅プランの計算方法を適用すればよいことになる。

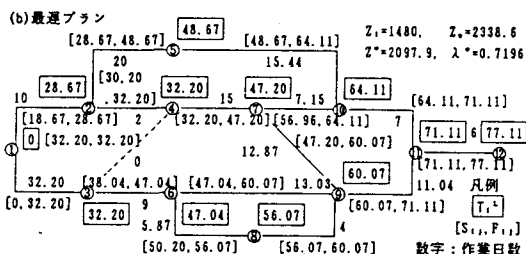
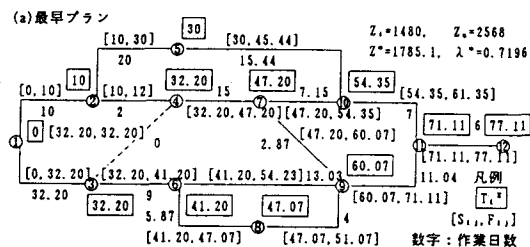


図3 最早プランと最遅プラン