

正規圧密粘土の降伏曲線の逆解析

鹿児島大学工学部 学 叶 晋二 正 三隅浩二
同 上 学 福本忠浩 学 佐藤 清

1. はじめに 降伏曲線の形を未知とした弾塑性構成式, 式(1)¹⁾を正規圧密粘土のセン断挙動にあてはめて, 降伏曲線と弾塑性パラメータの逆解析を試みている. 平均有効主応力一定条件でのアプローチでは, 弾塑性パラメータ(D, M)を求めるためにセン断中どこか2ポイントでの変形係数の測定が必要であった²⁾が, これにセン断開始時と限界状態時のデータを用いれば, セン断ヒズミを必要とせず体積ヒズミのデータだけで降伏曲線を逆算できることになる. 本研究では, 式(1)の使いやすさ(個人誤差の少ない解析方法の開発)と解析結果の精度の向上の両者を追求すべく提案手法の開発を行っている.

2. 降伏曲線の新しい解析手法 式(1)は体積ヒズミ増分 $d\epsilon_v$, 塑性ヒズミ増分 $d\epsilon_p$, および 平均主応力増分 dp' , 軸差応力増分 dq の関係を示しており, 右辺第1項は弾性挙動を第2項は塑性挙動を表している. 式(1)のメカニズムは4つの弾塑性パラメータ $M=6 \cdot \sin \phi' / (3 - \sin \phi')$, $D = (\lambda - \kappa) / (1 + e_0) / M$, $\Lambda = 1 - \kappa / \lambda$, $N = 3(1 - 2\nu') / (1 + \nu')$ の値, 応力状態の変化および塑性ヒズミ増分比 $\psi = d\epsilon_p / d\epsilon_p^p \sim$ 応力比 η' 関係によって決まる. いま, $p' = \text{const.}$ セン断条件を考えれば, 式(1)における体積ヒズミ増分の式より式(2)が求められる. 式(2)において, さらに限界状態の条件($\psi = 0$, $\eta' = M$)を考慮すれば式(3)が得られる. すなわち, ダイレクタンシー係数Dは $p' = \text{const.}$ セン断試験では限界状態時にて正確に決定することができることになる. 図1は応力経路と降伏曲線の拡大のもようを示しているが, この $p' = \text{const.}$ の応力経路より, モディファイドカムクレイモデル($M=1.2$, $D=0.0326$, $\Lambda=0.478$, $N=1.5$, $\psi = (M^2 - \eta'^2) / 2\eta'$)の体積ヒズミの挙動を計算して図2のプロットを得た. 今回は, このモデル解を解析の対象として本提案手法のデモンストレーションを行う. データ数は20個であり体積ヒズミの有効数字は三軸試験の実状を考慮して2けたとした. 図2ではさらに $\epsilon_v \sim \eta'$ 関係の接線勾配を精度よく求めるための実験公式のフィッティングを示した. その結果, 非線形最小自乗法³⁾の適用により実験公式のパラメータ $a_1=0.025$, $a_2=1.810$, $a_3=-0.205$ を得た. 体積ヒズミの発生しなくなったところが限界状態であり, そのときの応力比 η' は限界状態勾配Mを与える. さらにそのときの接線勾配 $(d\epsilon_v/d\eta')$ at $\eta' = M$ よりDが得られる. これに加えてセン断中の接線勾配 $d\epsilon_v/d\eta' \sim \eta'$ 関係は実験公式の微分より得られるので, 式(2)を使って $\psi \sim \eta'$ 関係を精度よく逆算することができる. その結果を図3に示した. 図中の実線はモデルの理論解, プロットは解析結果を示すが, 体積ヒズミの有効数字がわずか2けたであるにもかかわらず最小自乗法によればほとんど正解に近い解析結果が得られていることがわかる. 一方, 式(4)を使って降伏曲線の形をダイレクトに知ることでもある. その結果を図4に示した. この図よりモディファイドカムクレイモデルに特徴的な楕円型の降伏曲線が確認できる. なお, 図中の点Aにおいて塑性ヒズミ増分ベクトルの方向すなわちノルマリティーを示した. これは図3の点Aに対応しているが, ψ はベクトルの成分の比率を与えるので $\alpha = \tan^{-1} \psi$ の関係式より直ちに求めることができる.

3. おわりに $p' = \text{const.}$ セン断試験は極一般的に行われる拘束圧一定の排水, 非排水試験に比べて制御が難しい. にもかかわらずこの試験経路を提唱するのは, 式(1)の適用にあたり, $p' = \text{const.}$ セン断条件での解析が最もシンプルであるためだが, 2番目の理由として上記のアプローチではセン断ヒズミを必要としないことである. 一般的に, 式(1)を利用して降伏曲線を得るためには体積ヒズミのほかセン断ヒズミデータが必要なのだが, このセン断ヒズミ挙動は体積ヒズミ挙動に比べて端面拘束の影響を受けやすく使いものにならないからである⁴⁾. したがって, $\sigma_3 = \text{const.}$ 排水セン断試験などではセン断ヒズミデータの修正が必要であると考えている.

参考文献 1) Roscoe, K.H. and J.B. Burland: On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay, Engineering Plasticity, Cambridge University Press, pp.535-606, 1968

2) 三隅, 池田, 中園, 書川, 北方: 正規圧密粘土の降伏関数および弾塑性パラメータの逆算, 第24回土質工学研究発表会講演概要集, pp.575-578, 1989

3) SL-MATH数値計算ライブラリー(FORTRAN), 5.2.9~5.2.13, (D) FMSS

4) 佐藤, 三隅, 福本, 山中: 降伏関数の逆算結果に及ぼす三軸供試体の端面拘束の影響, 平成元年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集, 1990

q (kgf/cm²)

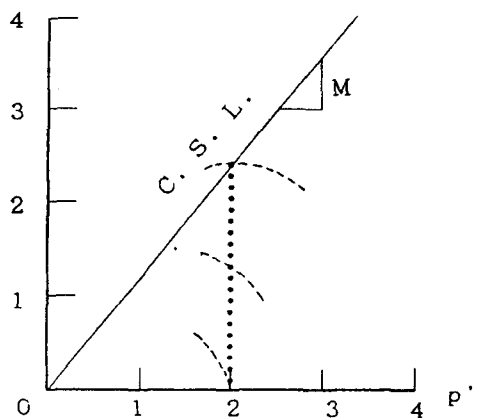


図1 初期応力状態と応力径路 (kgf/cm²)

ϵ_v

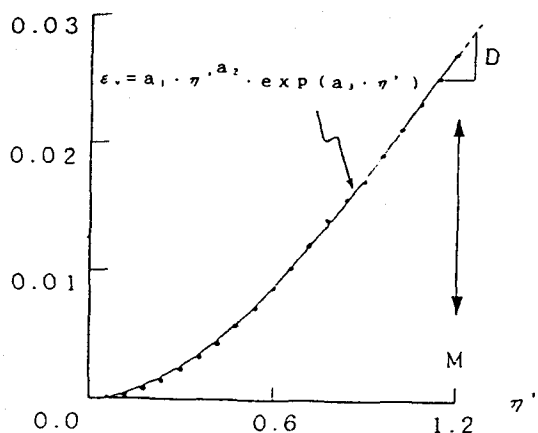


図2 体積ヒズミ (ダイレイタンス) の挙動

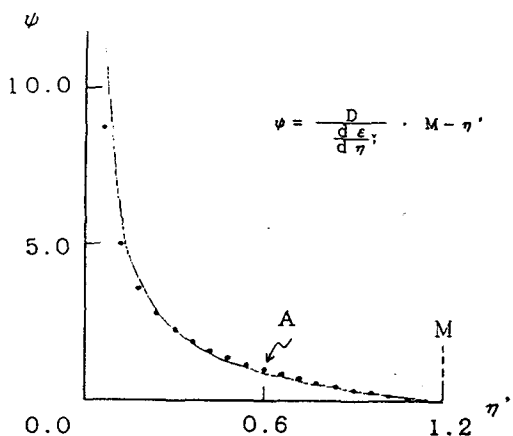


図3 塑性ヒズミ増分比の変化

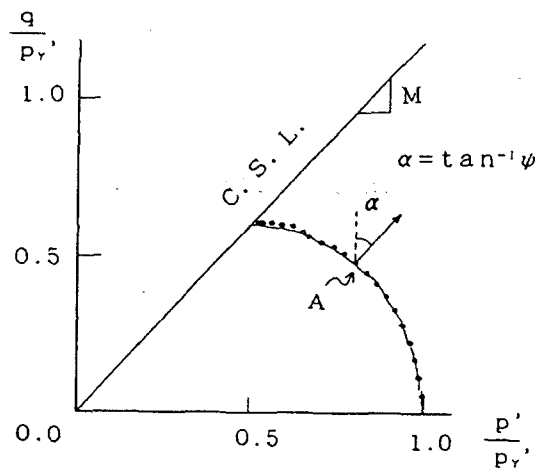


図4 降伏曲線の形の逆算結果

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_v \\ d\epsilon_s \end{Bmatrix} = \frac{D}{p'} \cdot \begin{pmatrix} \frac{M}{\Lambda} - M & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \frac{1}{N} \cdot \left(\frac{M}{\Lambda} - M \right) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} dp' \\ dq \end{Bmatrix} + \frac{D}{p'} \cdot \begin{pmatrix} \frac{M}{\psi + \eta'} \cdot \psi & \frac{M}{\psi + \eta'} \\ \frac{M}{\psi + \eta'} & \frac{1}{\psi} \cdot \frac{M}{\psi + \eta'} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} dp' \\ dq \end{Bmatrix} \quad \dots(1)$$

$$\psi = \frac{D}{\frac{d\epsilon_v}{d\eta'}} \cdot M - \eta' \quad \dots(2)$$

$$D = p_a' \cdot \left(\frac{d\epsilon_v}{dq} \right) \text{ at } \eta' = M \quad \dots(3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{p'}{p_r'} &= \exp \left(- \int_0^{\eta'} \frac{d\eta'}{\psi + \eta'} \right) = \exp \left(\frac{1}{\Lambda} \ln \frac{p'}{p_a'}, - \frac{\epsilon_v}{DM} \right) \\ \frac{q}{p_r'} &= \frac{p'}{p_r'} \cdot \eta' \end{aligned} \right\} \quad \dots(4)$$