

人工島背後領域における

波浪場と海浜流について

鹿児島大学大学院	学生会員	牧野 一正
鹿児島大学工学部	正員	佐藤 道郎
鹿児島大学工学部	正員	西 隆一郎

1. まえがき

海岸工学の重要な課題として、海浜変形の変動予測がある。これを行うには、その前段階のステップとして波浪場と海浜流の予測が必要であるが、波浪場の計算を行う際の代表的な一つの手法として、Berkhoff(1972)により示された緩勾配方程式(MSE)によるものがある。これは、屈折と回折・反射を同時に扱える実用的な波浪変形計算法として用いられている。この楕円型方程式であるMSEの解法の一つとして放物型方程式で近似する方法が、Radder(1979)によって提案されて以来、多くの研究において用いられている。

放物型近似方程式(PAE)は、境界条件を容易に与えることができ、計算時間も短く数値計算上大変有利であるが、波の伝播方向が進行方向(x軸方向)から離れるにともなって生じる誤差のため、その適用に制限をうける。この制限を除くために近似精度を上げることが行われている。波数の近似精度を上げる研究として、Kirby & Dalrymple(1986)は、(1,1)Padé近似や、(2,2)Padé近似、そして、minimax近似を行い、広角度にも適用できるモデルを提案している。さらに、彼らは、90°まで適用できるという計算法を示している(1988)。著者らは、岸から少し離れたところに人工島を造成した場合に、その背後周辺での海浜変形を考える上で、波浪場にこの計算法が有効かどうかという観点から、このKirby & Dalrymple(1988)のモデルに基づいた数値解析を行った。MSEを解くにあたり、フーリエ変換を用いた積分変換を行ったわけだが、計算は簡単であるものの、理論的にかなり厳しい前提があり、適用はかなり制限を受ける場合もあるように思われた。しかし、人工島などの背後領域でも使えるようなモデルであることがわかった。

2. 基礎方程式と数値解析

Berkhoff¹⁾により導入された緩勾配方程式(MSE)は、屈折及び回折を同時に扱える線形の波動方程式として次式で表される。

$$\nabla \cdot C C_0 \nabla \phi + k^2 C C_0 = 0 \quad \dots (1)$$

ここで、C: 波速、C₀: 群速度、k: 波数であり、未知関数φ(x,y)を求めるために、(3-1)式をフーリエ変換すると次式を得る。このとき、C C₀は、Y方向において変化しないと仮定している。

$$(C C_0 \hat{\phi}_x)_x + (k^2 - \lambda^2) C C_0 \hat{\phi} = 0 \quad \dots (2)$$

ここで、“^”はフーリエ変換された変数を意味し、λは連続したフーリエパラメーターである。“x”はxの微分を意味し、さらに、波を入射波成分φ⁺と反射波成分φ⁻とに分離する。

$$\hat{\phi}(x, \lambda) = \hat{\phi}^+ + \hat{\phi}^- \quad \dots (3)$$

反射波成分を微小と仮定し、これを無視すると、(3-2)式は次式のような見慣れた放物型になる。

$$2 C C_0 \hat{\phi}_x + (C C_0)_x \hat{\phi} - 2 i C C_0 (k^2 - \lambda^2)^{1/2} \hat{\phi} + \frac{[(k^2 - \lambda^2)]^{1/2}}{(k^2 - \lambda^2)^{1/2}} \hat{\phi} \dots (4)$$

この方程式は解析的に解くことができ、逆フーリエ変換を行うと次式のように表される。

$$\Phi^+ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}(\lambda) \left\{ \frac{(C C_0)_x (k_0 - \lambda)^{1/2}}{C C_0 (k - \lambda)^{1/2}} \right\}^{1/2} \exp \left(\int (k^2 - \lambda^2)^{1/2} dx \right) e^{i \lambda x} d \lambda \cdot f(z, h) \cdot e^{-i \omega t} \quad \dots (5)$$

(5)式は、次式による表現で良く知られている。ここで、 ω は、角周波数である。

$$\Phi(x, y, z, t) = \phi(x, y) f(z, h) e^{-i\omega t} \quad \dots (6)$$

(6)式の複素振幅 $\phi(x, y)$ に相当するものが、(5)式中の $\sim$ 部分である。従って、この部分を求ることが(5)式を解くことになる。この $\sim$ 部分を解くにあたり、高速フーリエ変換(FFT)を用いることができる。 $\hat{A}(\lambda)$ は、フーリエパラメータ λ による $x=0$ での初期条件のフーリエ変換である。 $\sim$ は $x=0$ での値を意味している。

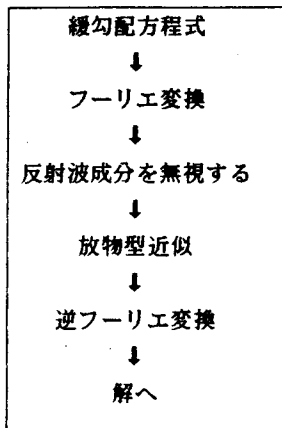
水深変化の、単一波列の簡単な平面波のケースに対し、初期条件は次式で与えられ、さらに離散フーリエ変換を行う。

$$A(0, \lambda) = A_0 e^{i\lambda y} \rightarrow \hat{A}(\lambda) = 2\pi \delta(\lambda - \lambda_0) A_0 \quad \dots (7)$$

ここで、 $\lambda_0 = k \sin \theta$ で、波数を y 軸に投影したものである。

また、 y 方向には、周期的な側方境界条件を課している。

【解法の流れ】



初期条件 $\hat{A}(\lambda)$ は、 N 列から成る初期行($X=0$)に沿って、 $A(0, (m-1)\Delta y)$ 、 $\{m; 1 \rightarrow N\}$ のデジタル化された値に関するFFTを用いて得られた。

ϕ^* は、 x, y の格点において、偏角 θ と共に(5)式のオイラー積分を用いて計算された指数の被積分関数を持ちて求められる。

FFT法により y 軸から離れた波浪場は、 $x=0$ での初期条件により与えられる振幅と位相をそれぞれ持ち、異なる方向に伝播する有限個の平面波により単純に構成されている。

3. 結果

図-1は、一様斜面上における波の屈折による波高変化を計算したもので、スネルの法則による解析解との比較を行った。図中の $\theta = 0^\circ$ のものは、浅水変形を表しており、解析解とかなり良い一致が見られる。屈折は、 $30^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ の3ケースについての検討をおこなった。 $30^\circ, 60^\circ$ では解析解にほぼ一致しており、 80° の場合の不一致もほとんど無視できる程度である。入射角度が大きくなるにつれ屈折による波高の低下を十分計算できている。

図-2は、屈折による波向角の変化を示している。これも解析解と大変良く一致している。

4. あとがき

本研究のモデルは、人工島や防波堤などの背後領域での、強い回折が起こる場所でも有効である。回折についての適用性の検討その他については、発表時において行う予定である。

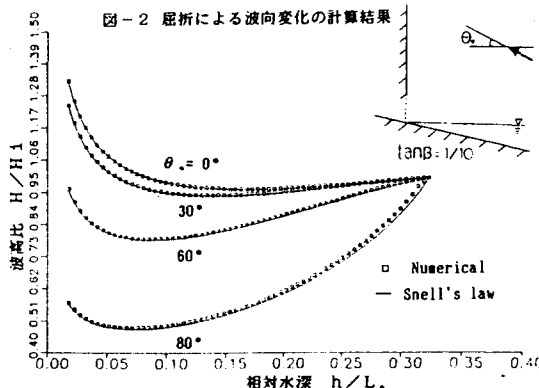
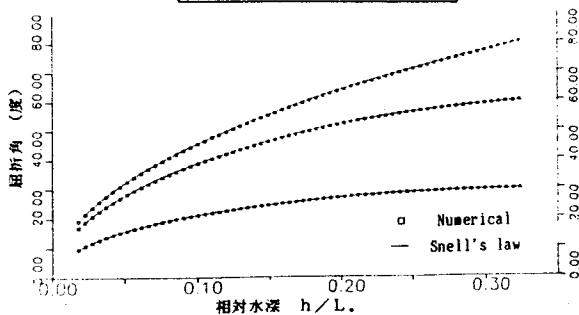


図-1 屈折による波高変化の計算結果