

差分法による潮流解析について

佐賀大学理工学部 学O 篠島 和彦

佐賀大学理工学部 正 渡辺 訓甫

佐賀大学理工学部 正 大串浩一郎

1. はじめに

有明海は、湾奥の潮差が約6mと大きく、また、平均潮位も湾口に比べて30cm以上高い特異な湾として知られている。この半閉鎖性水域の潮流数値解析は、古くから行なわれているが実測データが少ないため現象を忠実に再現しているかどうかのチェックが十分でない。一方、1次元開水路に端部から正弦波が入射して来た時の潮位・流速は、微小振幅波については厳密解の分かっている例がある。

本研究では、従来の2次元の潮流数値計算と上述の解を比較し、有明海の潮流計算等を行なう際の参考資料を得ることが目的である。

2. 計算法

基礎式としては以下の運動方程式と連続の式を用いる。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{M}{h+\eta} \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{N}{h+\eta} \frac{\partial M}{\partial y} = -g(h+\eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} - \tau_b(x) \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{M}{h+\eta} \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{N}{h+\eta} \frac{\partial N}{\partial y} = -g(h+\eta) \frac{\partial \eta}{\partial y} - \tau_b(y) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\left(\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y}\right) \quad (3)$$

ここで、M、Nは海底から水面まで積分した単位幅流量のx、y成分、hはその地点の水深、 η は水位変動量、 τ_b は海底摩擦力である。なお、気圧の変化、水表面摩擦、コリオリ力は無視している。計算メッシュは時間方向にM、Nと η を交互に配置した。計算法は運動方程式のM、Nの勾配のみ風上差分とし、残りは中央差分で近似した。

3. 微小振幅波理論による厳密解

非線型項を無視した1次元の運動方程式、

及び連続の式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - g \frac{u|u|}{C^2 R} \quad (4)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial(uA)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

静水圧分布を仮定すると $\partial p / \partial x = \rho g \partial \eta / \partial x$ である。また、x軸に垂直な面を初め占めていた流体粒子の時刻tまでの変位を $\xi = \int u dt$ とすれば、運動方程式は次式のようにになる。

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (6)$$

連続の式は $A = b(h + \eta)$ を用いて

$$\eta = -\frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial x} (hb\xi) \quad (7)$$

となる。(6)、(7)より ξ を消去して次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{g}{b} \frac{\partial}{\partial x} (hb \frac{\partial \eta}{\partial x}) \quad (8)$$

3.1 水平な水路の場合

長さdの水平な水路において、一端が閉じ、他端は開口部となっており、周期的振動が $\eta = a \cos(\sigma t + \varepsilon)$ で与えられる場合、(8)式の厳密解は次式のような重複波となる。

$$\eta = a \frac{\cos k(d-x)}{\cos kd} \cos(\sigma t + \varepsilon) \quad (9)$$

ここに $k = \sigma / \sqrt{gh}$ 。

3.2 斜面の水路の場合

長さdで深さが h_0 から0まで直線的に変化する水路で、3.1と同様の水位変動を開口部で与えた時、(8)式の厳密解は次式で与えられる。

$$\eta = a \frac{J_0 \left\{ 2k_0 d^{\frac{1}{2}} (d-x)^{\frac{1}{2}} \right\}}{J_0(2k_0 d)} \cos(\sigma t + \varepsilon) \quad (10)$$

ここで、 J_0 は第1種のベッセル関数、 $k_0 = \sigma / \sqrt{gh_0}$ である。

4. 計算例

図-1のような 20×10 の計算メッシュをとり、開口部で振幅100cm、周期12h25m(44700s)の水位変動を境界条件として与え、湾内の潮位・流速を計算した。湾内の水深は $h=20\text{m}$ で一定である。1次元の厳密解と比較するため、湾内長軸方向中央部の計算値を振動が定常と見なせる6周期目より1/4周期ごとに記録した。計算格子幅は $\Delta x = \Delta y = 1,200\text{m}$ 、 $\Delta t = 25\text{s}$ 、抵抗係数は $r^2 = 0.0026$ とした。図-2に計算結果と厳密解の比較を示す。次に、開口部水深 $h_a = 20\text{m}$ から湾奥部水深0mまで直線的に水深が減少している場合も同様にして計算した。ただし、水深0mの地点は計算点から除外した。計算結果の厳密解との比較が図-3に示してある。湾奥部で少し食い違いが見られるがほぼ一致した結果が得られている。

5. 結論

2次元の潮流計算と線型化された1次元の基礎式より得られる厳密解とを比較することによって線型化の妥当な範囲では両者は一致することが確かめられた。また、水深の一定の場合は定在波となるため非線型効果が表われず、厳密解ときれいに一致することも確認できた。

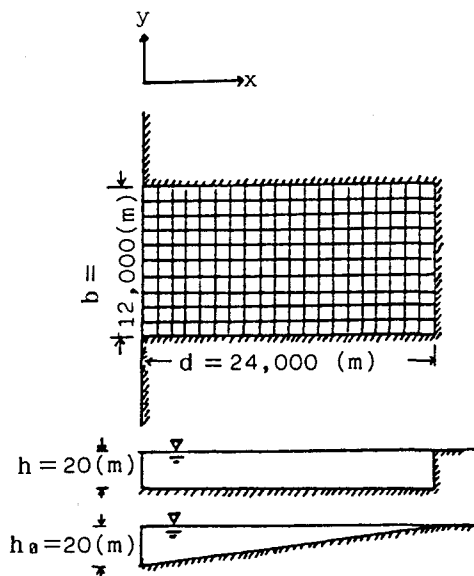


図-1 2次元計算領域及び計算例の説明図

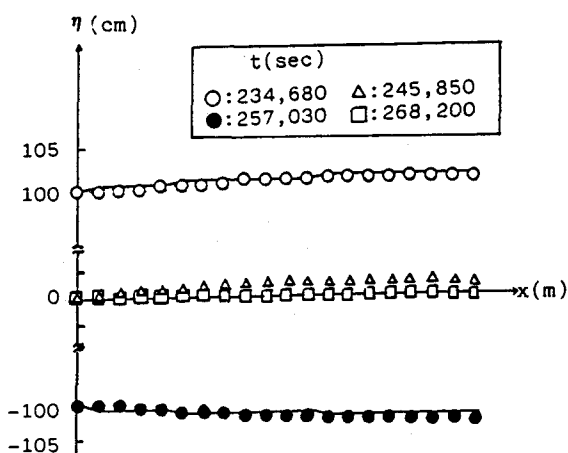


図-2 計算例(3.1)の計算結果と厳密解(実線)の比較(水深一定の場合)

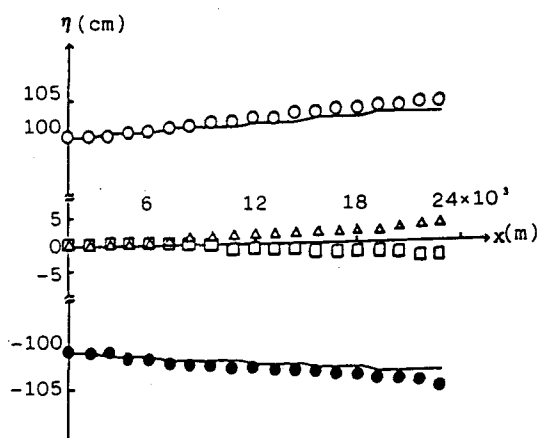


図-3 計算例(3.2)の計算結果と厳密解(実線)の比較(水深変化の場合)

(参考文献)

1. 宇野木早苗・磯崎一郎：湾内の水面傾斜とサーフ・ビートの発生について、第12回海岸工学講演会講演集、pp.7-13(1965)。
2. 高田雄之・戸原義男：有明海の水利模型実験について(2)、第10回海岸工学講演会講演集、pp.75-79(1963)。
3. 伊東剛編：数値計算の応用と基礎(水理学を中心として)、アテネ出版(1971)。
4. ラム：流体力学2、今井功・橋本英典訳、東京図書(1981)。