

二次流の浮流砂濃度分布への影響について

九州大学工学部 正員 平野 宗夫 大本照憲

学生員 天野光歩 ○近藤 隆司

1. まえがき

洪水流の航空写真から、木下¹⁾は自由水面上にゴミやアワが横断方向に規則的な縦じまを形成しながら流送されることを見だし、これが水深スケールの大きさをもつ縦渦に起因する現象であることを実験水槽で確認した。また、Vanoni²⁾は、室内実験より浮流砂がカルマン定数、抵抗則に影響を及ぼすと共に、二次流との相互作用から、浮流砂濃度が横断方向に不均一になり、河床近傍では極大値と極小値との比は4倍近くまで達することを指摘している。

従来、沈降性粒子の濃度分布については、主として鉛直方向の分布が論じられることが多く、二次流の影響を考慮した、横断方向の濃度分布に関する研究は比較的少ない。本研究では、二次流による影響が考慮された浮流砂濃度分布式が誘導され、理論値と実測値との比較検討がなされた。

2. 実測データ

図1は、表1の実験条件における浮流砂濃度の横断分布である。二次流が発達した場合、何れの河床条件においても浮流砂濃度は、横断方向に波状分布を呈している。図2は、局所時間平均濃度の横断方向分布で、 $C_m(z)$ 、 $Ca(z)$ は、それぞれ濃度の横断方向平均値および振幅である。この図より、無次元化された濃度は、相似形を保つことが認められる。

表-1 実験条件

流量 Q(l/s)	水深 H(cm)	水路勾配	摩擦速度 U*(cm/s)	河床条件	珪砂量 (g/l)
8.43	4.53	1/400	3.42	滑面	8.9
8.56	4.82	1/400	3.35	粗面	5.4

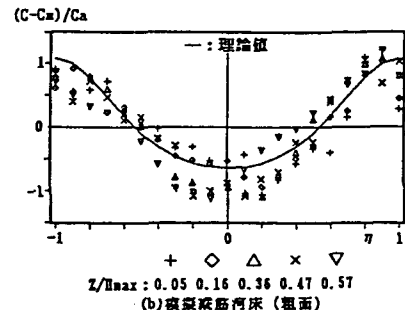
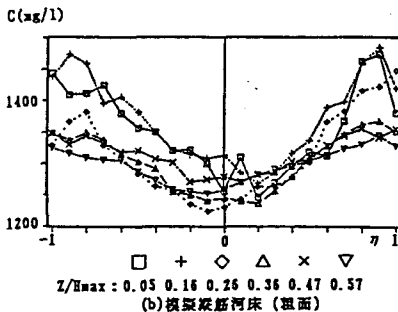
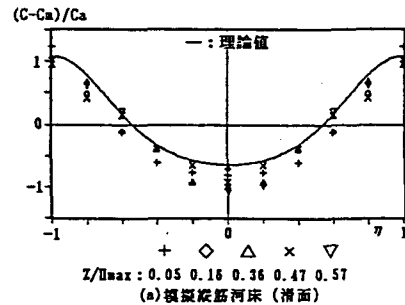
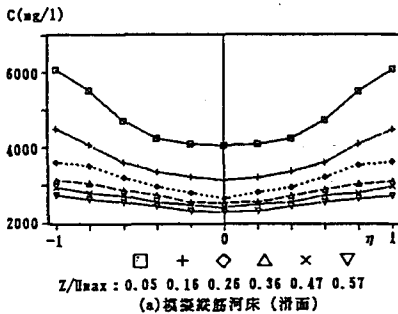


図-1 浮流砂濃度の横断分布

図-2 浮流砂濃度の無次元表示

3. 理論解析

安定した二次流の存在する開水路流れに於て、流れ方向に平衡状態に達した沈降性粒子の物質収支式は、次式で与えられる。

$$v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial c}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial c}{\partial z}) + w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \quad (1)$$

図2より、濃度分布を次式のように仮定する。

$$C(y, z) = C_m(z) + Ca(z) \cdot f(y) \quad (2)$$

濃度の横断分布の波形は、振幅 $Ca(z)$ と分布形状 $f(y)$ によって規定される。 $Ca(z)$ は、二次流の上昇流部と下降流部に於ける濃度差の鉛直分布である。二次流の上昇・下降流部における $V=0$ および $\partial c / \partial y = 0$ を仮定し、自由水面外への物質の流失はないことを考慮すれば

$$C(z) = C(z_0) \exp \left\{ - \int_{z_0}^z (w_0 - w) / K_z \cdot dz \right\} \quad (3)$$

となる。二次流の鉛直流速成分 W は, H. Stommel¹⁾ によって与えられた流れ関数

$$\Psi(y, z) = V_s / \pi \cdot \sin(\pi y / b) \cdot \sin(\pi z / H) \quad (4)$$

を用いれば, 次式

$$w = -\partial \Psi / \partial y \quad (5)$$

によって求められる。ここに, $y=0$ は二次流の下降流部, $y=\pm b$ は上昇流部に当たる。また, 物質拡散係数には,

$$K_z = \beta k U \cdot H / 6 \quad (6)$$

を仮定し, 式(5), (6)を式(3)に代入すれば, 二次流の上昇流部および下降流部の濃度は

$$C_{\max}(z) = C_{\max}(z_0) \exp \left\{ -6z \cdot \frac{V_s}{\pi \cdot w_0} (\cos \pi z - \cos \pi z_0) \right\} \cdot \exp \left\{ -6Z \cdot \frac{(z - z_0)}{H_m} \right\} \quad (7)$$

$$C_{\min}(z) = C_{\min}(z_0) \exp \left\{ 6z \cdot \frac{V_s}{\pi \cdot w_0} (\cos \pi z - \cos \pi z_0) \right\} \cdot \exp \left\{ -6Z \cdot \frac{(z - z_0)}{H_m} \right\} \quad (8)$$

となる。ここに z_0 は濃度の基準高さ, $Z = w_0 / \beta k U \cdot$ である。さらに式(1)に(2)を代入し, z 軸に関して z_0 から自由水面 H まで積分すれば,

$$\int_{z_0}^H C_a \cdot \partial (K_y \cdot \partial f / \partial y) / \partial y \cdot dz - \int_{z_0}^H C_a \cdot \partial (V \cdot f) / \partial y \cdot dz \\ = [-w(C_m + C_a \cdot f) + \partial (C_m + C_a \cdot f) / \partial z + w_0 \cdot (C_m + C_a \cdot f)]_{z_0}^H \quad (9)$$

となる。上に $K_y = \text{const.}$ と仮定し, 二次流に対しては, (4)式を用いれば $f(y)$ に関する二階の常微分方程式

$$d^2 f / dy^2 - a_1 \cdot \sin(\pi y / b) \cdot df / dy - a_1 \cdot \pi / b \cdot \cos(\pi y / b) \cdot f = a_2 \cdot \cos(\pi y / b) + a_3 \quad (10)$$

$$a_1 = (V_s / K_y) \int_{z_0}^H \cos(\pi z / H) \cdot C_a(z) \cdot dz \int_{z_0}^H C_a(z) \cdot dz$$

$$a_2 = (\pi / b) (V_s / K_y) \int_{z_0}^H \cos(\pi z / H) \cdot C_m(z) \cdot dz \int_{z_0}^H C_a(z) \cdot dz$$

$$a_3 = [-w(C_m + C_a \cdot f) + K_z \cdot \partial (C_m + C_a \cdot f) / \partial z + w_0 \cdot (C_m + C_a \cdot f)]_{z_0}^H / \{ K_y \int_{z_0}^H C_a(z) \cdot dz \}$$

が得られる。

4. 理論値と実験値との比較

上節で導かれた式(7), (8)の計算値を, 実験値と比較すれば, 図-3 のようになる。ここで, $W_0 / U_s = 0.3, V_s / U_s = 0.6$ (上昇流部), 0.3 (下降流部) が与えられた。

図より上昇流部, 下降流部と計算値は実験値と比較的によく一致している。

無次元化された浮流砂濃度の横断分布 $f(y)$ は, 式(10)をルンゲ・クッタ・ギル法を用いて計算され, 図2に実線で示された。係数 a_1, a_2 は, 実験値 $C_m(z), C_a(z)$ が用いられ, $V_s / U_s = 0.4, a_3 = 0$ として計算された。 $f(y)$ の条件としては $y=0$ において $df/dy=0$ および $\int_0^b f(y) dy = 0$ が与えられた。計算値は, 浮流砂濃度が二次流の下降流部から上昇流部にむかって横断方向に増加する傾向が良好に再現されている。

5. まとめ

(1) 安定した二次流を伴う開水路流れにおいて, 波状分布を呈する浮流砂濃度は, 式(2)によって無次元表示された濃度 $f(y)$ から, 鉛直方向に相似形であることが実験的に明らかになった。

(2) 二次流の上昇流部及び下降流部における濃度の鉛直分布は, 計算値と実験値との比較により, 式(7), (8)から大略推定可能である。

(3) 式(10)より得られる無次元濃度 $f(y)$ の計算値は, 実験値とよい一致を示した。

参考文献

- 1) 木下良作: 航空写真による洪水時の流況測定 土木学会水工学シリーズ, 1988, pp. 12-140
- 2) Vanoni, H.: Transportation of Suspended Sediment by Water, Trans. ASCE, Vol. 111, 1946, pp. 67-133
- 3) Stommel, H.: Trajectories of small bodies sinking slowly through convection cells, J. Mar. Res. Vol. 8(1), pp. 24-29

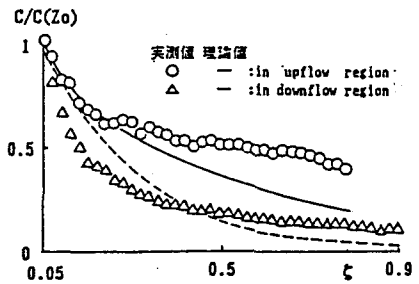


図-3 浮流砂濃度の鉛直分布