k－ε乱流モデルによる拡散と散逸がつり合った乱流場の数値シミュレーション

九州大学工学部○学生員　杉原裕司
九州大学工学部　正　員　松永信博
九州大学工学部　正　員　小松利光
九州大学大学院　学生員　高畑　研

1．緒言

平均せん断流が存在せず，水平方向に一様な乱れが形成される乱流場は，乱れエネルギー方程式において拡散項と散逸項のつり合った場として記述される。これは基本的な流れであり，乱流現象を理解する上で解明されるべきものである。そのような乱れ場の代表的なものとして振動格子乱流が挙げられる。

本研究の目的は，k－ε乱流モデルを用いて上記の乱流場をシミュレートし，乱れエネルギー，散逸率，渦動粘性係数の空間特性を明らかにすることである。

2．数値計算

平均せん流がなく，乱れの諸量は水平方向に一様で鉛直方向にのみ変化するとすれば，k－ε方程式は次式で表され，この場は乱れエネルギー方程式において拡散項と散逸項のつり合ったものとなる。

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial z}\right) - \varepsilon \qquad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right) - C_2\frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$\nu_t = C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon} \qquad C_\mu = 0.09,\ \sigma_k = 1.0,\ \sigma_\varepsilon = 1.3,\ C_2 = 1.92$$

zは鉛直上向きに取られた座標である。

ここで、乱れエネルギー$k=k_0$，散逸率$\varepsilon=\varepsilon_0$を持つ乱れを$z=0$において定常的に与え，乱れの拡散と散逸とがつり合った定常乱流場が形成されるまでのkとεの時間的発達の過程をシミュレートする。

・初期条件

$z=0$; $k=k_0$, $\varepsilon=\varepsilon_0$, $\nu_t = C\mu k^2{}_0/\varepsilon_0$

$z\neq0$; $k=0$, $\varepsilon=0$, $\nu_t=0$

・境界条件

$z=0$; $k=k_0$, $\varepsilon=\varepsilon_0$, $\nu_t = C\mu k^2{}_0/\varepsilon_0$

$z\to\infty$; $k=0$, $\varepsilon=0$, $\nu_t=0$

無次元量を

$$\tilde{k}=k/k_0,\ \tilde{\varepsilon}=\varepsilon/\varepsilon_0,\ \tilde{z}=z/(k_0{}^3\varepsilon_0{}^{-2})^{1/2},$$

$$\tilde{t}=t/(k_0\varepsilon_0{}^{-1}),\ \tilde{\nu}_t=\nu_t/(k_0{}^2\varepsilon_0{}^{-1})=C\mu\tilde{k}^2/\tilde{\varepsilon}$$

で定義し，これらを上式に代入することにより方程式系を無次元表示する。無次元化された基礎式は，式に～がつくだけで変わらないので改めて示さない。無次元化した初期条件，境界条件は

・初期条件

$z=0$; $k=1.0$, $\varepsilon=1.0$, $\nu_t=0.09$

$z\neq0$; $k=0$, $\varepsilon=0$, $\nu_t=0$

・境界条件

$z=0$; $k=1.0$, $\varepsilon=1.0$, $\nu_t=0.09$

$z\to\infty$; $k=0$; $\varepsilon=0$, $\nu_t=0$

となる。ただし，無次元量を意味する～は便宜上省略している。

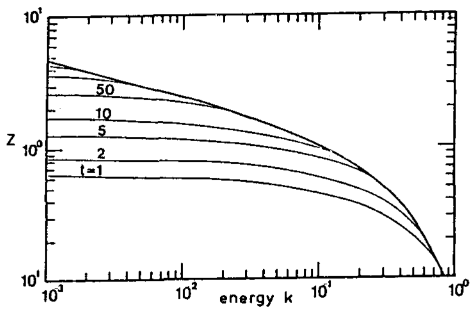
計算に際しては，時間に関して前進差分，空間に関して中央差分を用いて基礎式を差分化した。無次元時間ステップは0.1，無次元空間メッシュ幅は0.25でｚの値0から10までを40等分した。$z\to\infty$における境界条件を計算では$z=10$で与えた。解法には陰解法を用い，定常解を求めるため非定常項が拡散項の10^{-3}以下になるまで繰り返し計算を行った。

３．計算結果の考察

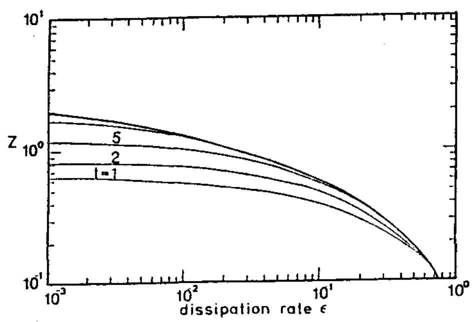
図－１，２は，$z=0$ で与えられた乱れ($k=1.0, \varepsilon=1.0$)によって，乱れエネルギーと散逸率が時間の経過とともにどの様に拡散し，定常状態に達するかを示した解析結果である。図中の太い実線は定常状態における解である。$z<1.0$ 範囲では，無次元時間 $t=10$ 程度の短い時間で定常状態に達する。また，ｚの十分大きい領域においてはべき乗に比例して減少する傾向が見られるが，その指数は乱れエネルギー，散逸率にそれぞれべき乗解を仮定して基礎式へ代入して得られる -4.97,-8.46にほぼ一致する。McDougall[1]や Mory & Hopfinger[2]らは振動格子乱流における乱れ強度$\sqrt{u'^2}$ はz^{-1}に比例して減少することを実験に基づいて指摘しているが，その傾向は 図－１ の$1.0\lesssim z\lesssim 2.0$ の範囲において認められる。

図－３は，渦動粘性係数ν_t の鉛直分布を示したものである。浦ら[3]は乱れ強度は$z^{-5/4}$に比例して減少し，積分長さスケールはｚに比例して増大することを実験により明らかにした。彼らの結果は，$\nu_t\propto z^{-1/4}$ が成り立つことを示唆しており，この関係は図－３の$z<1.0$ において認められる。解析結果より，$z>1.0$ においてν_tはz^{-1}に比例して減少する傾向がある。

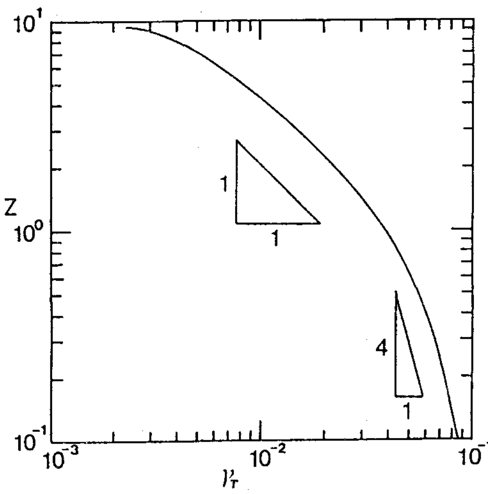
乱れエネルギー方程式の拡散項と散逸項がつり合った乱流場を$k-\varepsilon$乱流モデルを用いて解析した結果、乱れエネルギー，散逸率，渦動粘性係数の空間特性が明らかとなった。今後は，二成層乱流場に$k-\varepsilon$乱流モデルを適用し，界面変動や連行現象について検討して行く予定である。



図－１　乱れエネルギーの時間的発達



図－２　散逸率の時間的発達



図－３　定常状態における渦動粘性係数の分布

参考文献

1) McDougall, T.J.: Measurements of turbulence in a zero-mean-shear mixed layer, J. Fluid Mech., Vol.94, pp.409～432, 1979.

2) Mory, M. and Hopfinger, E.J.: Rotating turbulence evolving freely from an initial quasi 2D state. Macroscopic Modelling of Turbulent Flows, Lecture Notes in Physics, Vol 230, 1985.

3)浦　勝・小松利光・松永信博：振動格子の乱れによる密度界面の変動特性と連行現象，土木学会論文集，第345号／Ⅱ-1, pp.91～99, 1984.