

物質の縦分散に及ぼす密度流効果(II)

九州工大 正 員 藤崎一裕 九州工大 学生員 〇古武範幸
九州工大 学生員 林 秀樹 九州共立大 正 員 粟谷陽一

1. まえがき

開水路縦分散に及ぼす流下方向密度勾配の影響について調べた。

この現象については、以前に筆者らが、Elderの取扱¹⁾にMonin-Obukhovの理論を加えて検討した²⁾。古本らはこの問題に、k-εモデルを用いて更に詳しい考察を報告している³⁾。本報は乱流モデルとして、k-εモデルを用いて検討を行ったものである。

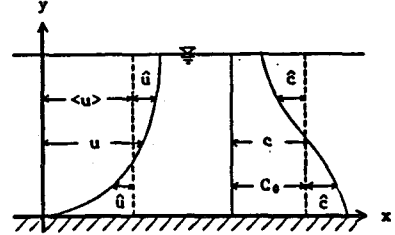


図-1 座標系

2. 基礎式と数値計算方法

流下方向に一定の密度勾配を持つ2次元等流の流れ場を想定して図1のように座標軸をとると、この場合の基礎式が無次元表示で次のように与えられる。

$$-\frac{d\bar{h}}{dx} - 2\sigma(1-\bar{y}) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}}(\bar{v}_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}) = 0 \quad (1)$$

$$\bar{v}_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_k} \frac{\partial \bar{k}}{\partial \bar{y}} \right) + 2\sigma \frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{y}} - \bar{\epsilon} = 0 \quad (2)$$

$$c_{\bar{\epsilon}} \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{k}} \left\{ \bar{v}_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + 2\sigma(1-\bar{c}_{\bar{\epsilon}}) \frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{y}} \right\} + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_{\bar{\epsilon}}} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial \bar{y}} \right) - c_{\bar{\epsilon}} \frac{\bar{\epsilon}^2}{\bar{k}} = 0 \quad (3)$$

$$\bar{v}_t = c_{\mu} \frac{\bar{k}^2}{\bar{\epsilon}} \quad (4)$$

粒子濃度Cに関しては(5)式の保存則を用いる。

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\bar{v}_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{y}} \right) \quad (5)$$

$$c = C_0(1 + Kx_1) + Kh\bar{c} \quad (6)$$

$$\rho = \rho_0(1 + \beta c), \quad \beta; \text{const}$$

また、濃度分布は(6)式で仮定されるとすると、(5)式より、

$$\bar{c} = \int_0^{\bar{y}} \frac{\sigma_t}{\bar{v}_t} \left(\int_0^{\bar{y}} \bar{u} d\bar{y} \right) d\bar{y} + A, \quad A; \text{const} \quad (7)$$

ここで

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\Delta \bar{\rho} g h^2 k}{u_*^2} \quad (8)$$

σ は密度勾配と一般流の乱れ強度の比に対応する。ただし $\bar{v}_t$ は渦動粘性係数、 $\bar{k}$ は乱れのエネルギー、 $\bar{\epsilon}$ は流れの散逸率であり、

$$\bar{u} = u/u_*, \quad \bar{v}_t = v_t/(hu_*), \quad \bar{y} = y/h,$$

$$\bar{k} = k/u_*^2, \quad \bar{\epsilon} = \epsilon h/u_*^3 \quad (9)$$

$$u_* = \sqrt{gRI}, \quad I \text{ は水面勾配}$$

である。この時、分散係数 D_L は、次式で求められる。

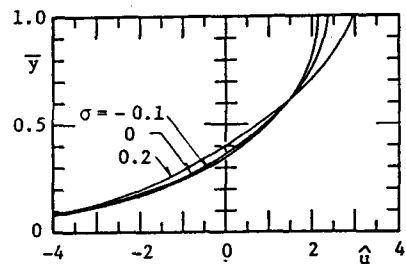
$$\bar{D}_L = \frac{D_L}{hu_*} = -\langle \bar{u} \bar{c} \rangle \quad (10)$$

$$\bar{u} = \bar{u} - \langle \bar{u} \rangle, \quad \langle * \rangle \equiv \int_0^1 * d\bar{y}$$

(2),(3)式の境界条件としては、水路底部で $\bar{k}$ 、 $\bar{\epsilon}$ に対して対数則と結合し、 $\bar{\epsilon}$ に関しては水面では対称条件を用いた。 $\bar{k}$ に関しては水面での乱れの減衰のため、対称条件を用いることは不適当であることが指摘されており、いくつかの検討もなされているが、ここでは称津の方法⁴⁾(水面で $\bar{k}$ に対して対称条件を用いた場合の解の $\alpha(\alpha < 1)$ 倍を新しく水面の $\bar{k}$ の値として $\bar{k}$ の分布を求める方法)を用いた。その他の計算方法は通常の繰返し代入法で行い、k方程式、 ϵ 方程式に関するプログラムの大部分は文献⁵⁾に記載されているものを利用した。($\alpha_k = \alpha_{\epsilon} = 1.0$, $\sigma_k = 1.3$, $c_{\bar{\epsilon}} = 1.44$, $c_{\bar{\epsilon}} = 1.92$, $c_{\bar{\epsilon}} = 1.0$, $c_{\mu} = 0.09$)

3. 計算結果

いくつかの σ の値に対する $\bar{u}$ 、 $\bar{k}$ 、 $\bar{\epsilon}$ と $\bar{y}$ との関係を、それぞれ図2、3、4に示した。また、 $\bar{k}$ 、 $\bar{\epsilon}$ より求められた $\bar{v}_t$ を図5に示す。ここで、 α と σ の関係は、 σ の増加とともに表面乱れが減少することや、従来の解析結果などを考慮して定めた。図6はプラントルの混合距離を示す。図2中の実線は対数分布、図3、4中の式は、開水路乱流($\sigma=0$)に

図-2 $\bar{u}$ の鉛直分布

比較的良好に適合するという半理論式である⁴⁾。

図2の $\hat{u}$ と、図7の $\hat{c}$ から求めた分散係数と、 σ との関係を図8に示した。図によると、これまでに得られた結果に比べて D_L に及ぼす密度勾配の影響が小さめにでている。この原因としては、おもに ν_t の分布形の相異にあると考えられるが、なお検討中である。

なお、本研究に協力された九州工大生の大木宏之、森下龍一の両君に感謝する。

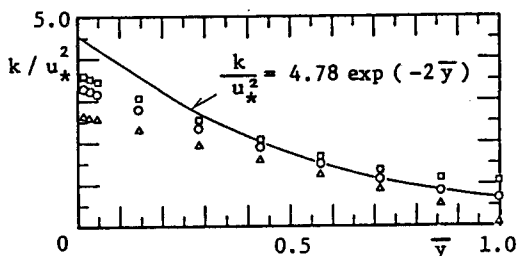


図-3 k/u_*^2 の分布

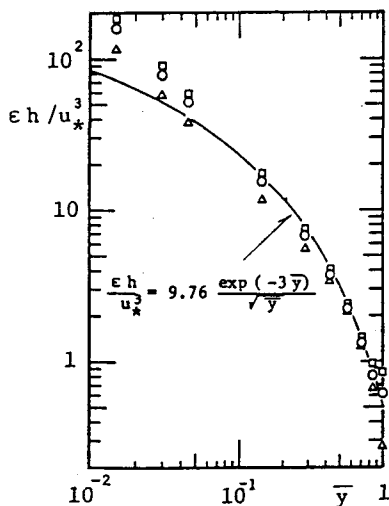


図-4 $\epsilon h/u_*^3$ の分布

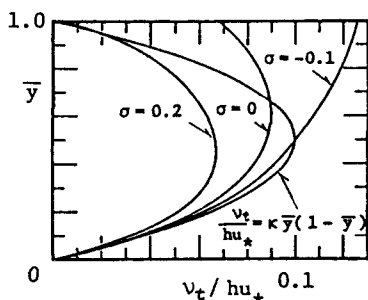


図-5 ν_t/hu_* の分布

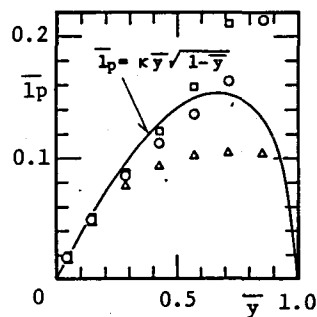


図-6 l_p/h の分布

表-1 図3,4,6中の記号

	σ	α
□	-0.1	1.0
○	0	0.8
△	0.2	0.2

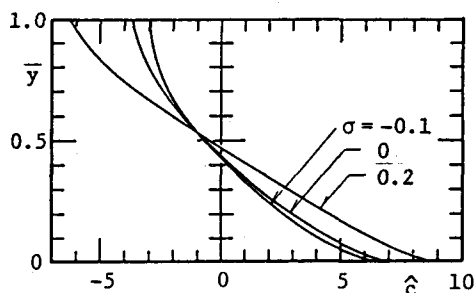


図-7 $\hat{c}$ の鉛直分布

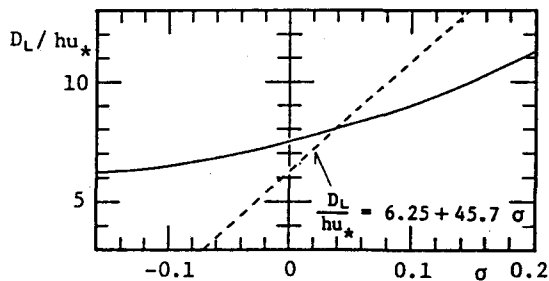


図-8 D_L/hu_* と σ との関係

4. 参考文献

- 1) Elder J.W.: J.Fluid Mech. 1959,5 pp.544-560
- 2) FUJISAKI et al. Proc.of Spcial.Conf.Coast.and Est.Pol.1987 pp.237-244
- 3) 古本、椿 ; 第31回水理講演会論文集, 1987, 2 pp.461-466
- 4) 祢津、中川 ; 京大防災研究所年報 第29号, B-2, 1986,4 pp.647-672
- 5) 小竹他: 熱と流れ(丸善) 1988. pp.209-