

確率特性を有する地盤の応答パワースペクトル

宮崎大学大学院 学生員 否笠友紀 宮崎大学 正会員 原田隆典
宮崎大学大学院 学生員 西川博敏 宮崎大学 学生員 高岡 明

1. はじめに 従来の地盤震動解析では、深さ方向のみを考慮する1次元地盤モデル、または、これに水平方向を加えた2次元地盤モデルを用いることが多い。しかし、地盤定数は場所とともに不規則に変わるものとして3次的にモデル化の方が現実に近いように思われる。本研究では、P波、S波、密度が場所的に不規則変動する3次元確率地盤モデルを対象として地震応答解析を行い、応答の空間-時間特性について考察した。

2. 波動方程式 任意座標系 (x', y', z) において図1に示すように厚さ H の表層地盤を考える。入力地震動は基盤 $(z = z_1)$ を x' 軸方向に伝播速度 c で伝わるものとする。上下方向の変位を u および変位は y' に無関係と仮定すると、次式の運動方程式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} u' \\ \tau_{x'z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\mu^*} \\ -\partial_{x'}(\lambda^* + 2\mu^*)\partial_{x'} - (\lambda^* + 2\mu^*)\partial_{x'x'} - \rho\omega^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u' \\ \tau_{x'z} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} v' \\ \tau_{y'z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\mu^*} \\ -(\partial_{x'}\mu^*)\partial_{x'} - \mu^*\partial_{x'x'} - \rho\omega^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v' \\ \tau_{y'z} \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、式(1)はP-SV波に、式(2)はSH波に関する運動方程式である。また、材料定数の不均質性を以下のように定義する。

$$C_p^* = C_p(z)[1 + f_p(x', z)], \quad C_s^* = C_s(z)[1 + f_s(x', z)], \quad \rho^* = \rho(z)[1 + f_\rho(x', z)] \quad (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} C_p &= C_p^0[1 + iD_p], \quad C_s = C_s^0[1 + iD_s], \quad i = \sqrt{-1} \\ D_p, D_s &: \text{P波、S波に係わる材料減衰定数} \\ C_p^0, C_s^0 &: \text{P波、S波速度} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ただし、P波、S波、密度の不規則変動量は、 $f_p = f_s, f_s \gg f_\rho$ と仮定する。

3. 応答パワースペクトル 式(1),(2)は、プロパゲート・マトリックスとくり返し法を用いて解くことができる[1]。ここで、波数-振動数領域において、 (x, y, z) 座標系の変位成分 $u(k_x, k_y, \omega), v(k_x, k_y, \omega)$ と $u'(k, \omega), v'(k, \omega)$ の間には次の関係が成り立つ。

$$u = \frac{k_x}{k} u' - \frac{k_y}{k} v', \quad v = \frac{k_y}{k} u' - \frac{k_x}{k} v' \quad (5)$$

この関係式を用いて $|u|^2$ をパワースペクトル、地表変位 u の応答パワースペクトルは次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} S_{uu}(k_x, k_y, \omega) &= [|A|^2 \delta(k_x - k_x^0, k_y - k_y^0) + |C|^2 S_{f,f}(k_x - k_x^0, k_y - k_y^0)] S_{u,u}(\omega) \\ &\quad + [|B|^2 \delta(k_x - k_x^0, k_y - k_y^0) + |D|^2 S_{f,f}(k_x - k_x^0, k_y - k_y^0)] S_{v,v}(\omega) \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{\cos \frac{C_p}{C_s} \nu H} \left(\frac{k_x}{k} \right)^2 + \frac{1}{\cos \gamma H} \left(\frac{k_y}{k} \right)^2, \quad B = \left(\frac{1}{\cos \frac{C_p}{C_s} \nu H} - \frac{1}{\cos \gamma H} \right) \frac{k_x k_y}{k^2} \\ C &= \frac{2(\nu_0^2 + k k_0)(\cos \frac{C_p}{C_s} \nu_0 H - \cos \frac{C_p}{C_s} \nu H)}{(\nu^2 - \nu_0^2) \cos \frac{C_p}{C_s} \nu H \cos \frac{C_p}{C_s} \nu_0 H} \left(\frac{k_x}{k} \right)^2 + \frac{2(\gamma_0^2 + k k_0)(\cos \gamma_0 H - \cos \gamma H)}{(\gamma^2 - \gamma_0^2) \cos \gamma H \cos \gamma_0 H} \left(\frac{k_y}{k} \right)^2 \\ D &= \left(\frac{2(\nu_0^2 + k k_0)(\cos \frac{C_p}{C_s} \nu_0 H - \cos \frac{C_p}{C_s} \nu H)}{(\nu^2 - \nu_0^2) \cos \frac{C_p}{C_s} \nu H \cos \frac{C_p}{C_s} \nu_0 H} + \frac{2(\gamma_0^2 + k k_0)(\cos \gamma_0 H - \cos \gamma H)}{(\gamma^2 - \gamma_0^2) \cos \gamma H \cos \gamma_0 H} \right) \frac{k_x k_y}{k^2} \\ \nu^2 &= \left(\frac{\omega}{C_p} \right)^2 - k^2, \quad \gamma^2 = \left(\frac{\omega}{C_s} \right)^2 - k^2, \quad \text{Re } \nu, \gamma \geq 0, \quad \text{Im } \nu, \gamma \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

4. 数値計算例 式(6)を次のパラメータを用いて図示することにする。基盤地震動は $u_g = v_g$ とし、x 軸に対し 45 度方向に伝わるものとする。

$$C_p = 573\text{m/s}, C_s = 191\text{m/s}, H = 100\text{m}, D_p = D_s = 0.3 \tag{8}$$

ここで、S 波の空間的ばらつきを表す $f_s(x, y)$ のパワースペクトル $S_{f,f}$ 、としては次式で与えられるものを用いた。

$$S_{f,f}(k_x, k_y) = \frac{2\sigma_{ff}^2}{\pi k_x^2} \cos^2\left(\frac{m\pi}{k_x}k\right), m = 4, k_x = 4\pi/100, \sigma_{ff} = 0.2 \tag{9}$$

図より地盤の1次固有振動数 ($\omega_1 = 3 \text{ rad/sec}$) より低い振動数領域では、基盤の地震動（伝播速度 c ）のパワーが卓越して、1つのパルスが見られる。しかし、これより高い振動数領域ではS波のばらつきによるパワーが相対的に大きくなり波数平面全体にパワーが分散して山、谷が現れてくる。したがって、低い振動数領域では、単一のコヒーレントな波動が伝播しているが振動数が高くなるとS波のばらつきによりいろいろな方向に伝播する波動が現れてきてインコヒーレントな波動場となるものと解釈することができる。このことにより、材料定数のばらつきが応答パワースペクトルの特性に大きな影響を与えるものといえよう。

参考文献 [1] 否笠友紀 確率特性を有する3次元地盤の地震応答に関する基礎的研究 宮崎大学修士論文 1990

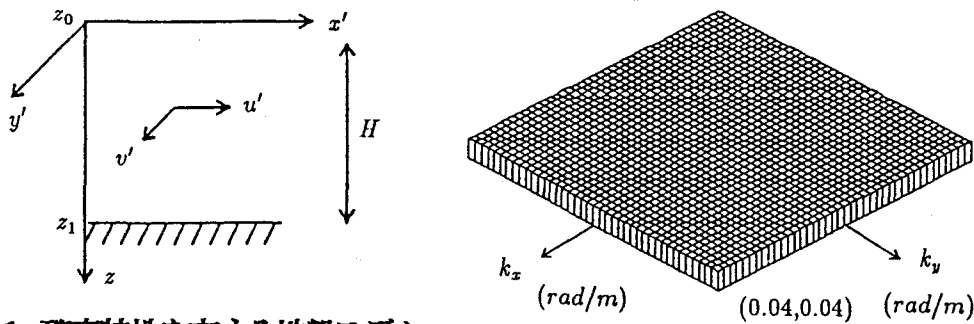


図1. 確率特性を有する地盤モデル

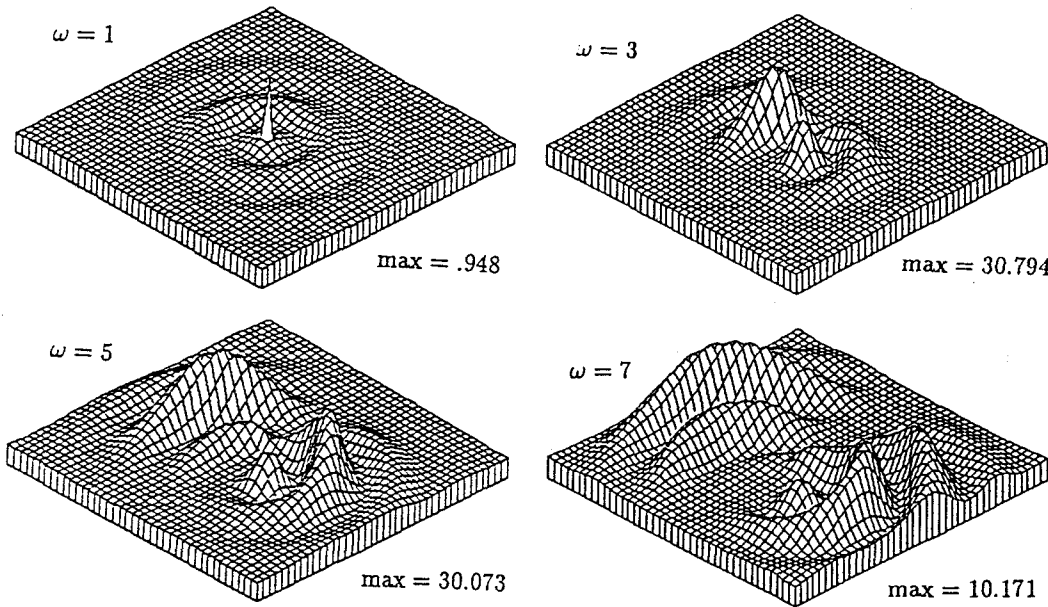


図2. 応答パワースペクトル