

ピッチング振動に対する液体同調ダンパーの等価振動系

九州共立大学 工学部 正員 小 坪 清 真
九州工業大学 工学部 正員 ○高 西 照 彦
九州工業大学 工学部 正員 多 田 浩

1. まえがき 近年、高層ビルやタワー等が地震や風等の動的外力をうけたときに生ずる振動を軽減する目的で、液体同調ダンパー(TLD)が用いられるようになった。TLDに関しては、現在までに多くの理論的・実験的研究が行われているが、それらはすべて、TLDの水平振動を対象としたものであり、TLDのピッチング振動を取り扱ったものは見当たらないようである。本論は、ピッチング振動を行っている長方形TLD(図-1参照)について、その内部液体の運動を理論的に解析することによって、ピッチング振動に対するTLDの等価振動系(等価慣性モーメント、等価回転ばね定数)を求めたものである。TLDに対する等価振動系は構造物-TLD系の連成振動問題を取り扱う際に用いて便利である。本論で用いた仮定は、次の通りである。(1)液体は非圧縮、非粘性、非回転である。(2)液体は線形振動を行う。

2. 動揺振動に対する等価振動系 2.1 固有振動数、振動形 自由振動を行う長方形貯槽中の液体の奇数次の固有振動数、振動形は次式のように表される。

$$n_{2s-1}^2 = \lambda_{2s-1} g \tanh \lambda_{2s-1} H, \quad \lambda_{2s-1} = (2s-1)\pi/L, \quad (s=1, 2, \dots) \quad (1)$$

液体分子の水平及び鉛直方向変位の振動形並びに動水圧の振動形は

$$\left. \begin{aligned} U_{2s-1}(x, z) &= \cos \lambda_{2s-1} x \cosh \lambda_{2s-1} z / \sinh \lambda_{2s-1} H \\ W_{2s-1}(x, z) &= \sin \lambda_{2s-1} x \sinh \lambda_{2s-1} z / \sinh \lambda_{2s-1} H \\ \Gamma_{2s-1}(x, z) &= \sin \lambda_{2s-1} x \cosh \lambda_{2s-1} z / \sinh \lambda_{2s-1} H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、L:貯槽幅、H:液深、g:重力加速度。式(2)を用いれば、一般座標を $\psi_{2s-1}(t)$ として、液体分子の奇数次振動の変位は

$$U_{2s-1}(x, z, t) = \psi_{2s-1} U_{2s-1}, \quad W_{2s-1}(x, z, t) = \psi_{2s-1} W_{2s-1} \dots\dots\dots (3)$$

動水圧は $\sigma_{2s-1}(x, z, t) = -\rho H / (\lambda_{2s-1} H) \Gamma_{2s-1} \ddot{\psi}_{2s-1}$

と表すことができる。ここに、 ρ は液体の密度、 $\ddot{\cdot}$ は時間に関する2回微分である。2.2 運動エネルギーと動水圧モーメント 奇数次振動に対する液体分子の運動エネルギー及び図-1のO点まわりの壁面動水圧によるモーメントは、貯槽の奥行き幅をDとすれば

$$\left. \begin{aligned} T_{2s-1} &= (1/2) \rho D \int_0^H \int_{-L/2}^{L/2} \{ \dot{U}_{2s-1}^2 + \dot{W}_{2s-1}^2 \} dx dz \\ M_{2s-1} &= D \left(\int_0^H \sigma_{2s-1} \Big|_{x=-L/2} dz - \int_0^H \sigma_{2s-1} \Big|_{x=L/2} dz - \int_{-L/2}^{L/2} \sigma_{2s-1} \Big|_{z=0} dx \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

2.3 等価振動系 奇数次の振動について、 J_{2s-1} を等価慣性モーメント、 $K_{\theta, 2s-1}$ を等価回転ばね定数、 a_{2s-1} を等価回転角とし、添字Mは極大値を表すとすれば、これらの物理量の間に次の関係式が成立する。

$$M_{2s-1}^2 = K_{\theta, 2s-1} a_{2s-1}^2, \quad T_{2s-1}^2 = (1/2) M_{2s-1}^2 a_{2s-1}^2, \quad n_{2s-1}^2 = K_{\theta, 2s-1} / J_{2s-1} \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{上式より} \quad J_{2s-1} = (M_{2s-1}^2 / n_{2s-1}^2) / (2 T_{2s-1}) \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{が得られる。ここで、} \quad \psi_{2s-1} = \Psi_{2s-1} \sin(n_{2s-1} t) \dots\dots\dots (7)$$

とおいて、式(6)、(4)、(3)、(2)から J_{2s-1} を求めれば

$$J_{2s-1} = 8 \rho H^4 D (H/L) (\lambda_{2s-1} H \tanh \lambda_{2s-1} H - 1 + 2 / \cosh \lambda_{2s-1} H) / (\lambda_{2s-1} H)^5 / \tanh \lambda_{2s-1} H \dots\dots (8)$$

が得られる。また、 $K_{\theta, 2s-1}$ は式(5)の第3式から、 a_{2s-1} は第2式からそれぞれ求められる。

さて、長方形TLDが図-1に示すように、強制変位 θ をうけてピッチング振動をしている場合の内容液の奇数次の振動方程式は、規準座標を $\xi_{2s-1}(t)$ とすれば、等価慣性モーメント J_{2s-1} と等価回転ばね定数

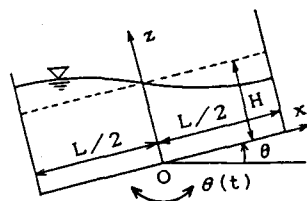


図-1 長方形液体貯槽のピッチング振動

$$K\theta_{2s-1} \text{を用いて次式のように表される。} \quad J_{2s-1} \ddot{\xi}_{2s-1} + K\theta_{2s-1} \xi_{2s-1} = -J_{2s-1} \ddot{\theta} \quad \cdots \cdots (9)$$

θ が与えられれば、上式から ξ_{2s-1} を算出することができる。 ξ_{2s-1} が得られれば、液体分子の鉛直変位 w_{2s-1} は等価回転角 α_{2s-1} と式(2)の W_{2s-1} を用いて $w_{2s-1} = (\xi_{2s-1}/\alpha_{2s-1}) \Psi_{2s-1} W_{2s-1} \cdots \cdots (10)$

によって求められる。このときの動水圧は
$$\sigma_{2s-1} = -\rho \int \frac{\partial^2 w_{2s-1}}{\partial t^2} dz \quad \cdots \cdots (11)$$

から得ることができる。式(11)の σ_{2s-1} を用いて、式(4)の第2式から壁面に働く動水圧モーメント

$M\theta_{2s-1}$ を求め、さらに、各次数に対する和をとれば、壁面に働く全動水圧モーメントが得られて

$$M\theta^0 = \sum_{s=1}^{\infty} M\theta_{2s-1} = \sum_{s=1}^{\infty} K\theta_{2s-1} \xi_{2s-1} - \sum_{s=1}^{\infty} (-J_{2s-1}) \ddot{\theta} \quad \cdots \cdots (12)$$

と表すことができる。これは、壁面に働く動水圧モーメントが、それぞれ等価振動系の各次数の規準座標 $\xi_{2s-1}(t)$ と入力強制角加速度 $\theta(t)$ に比例する項の和から成り立っていることを示している。

3. 剛振動モードに対する等価振動系 **3. 1 調和波強制回転加振に対する解** 図-1に示すように、長方形液体貯層が $\theta = \Theta_0 \sin(\omega t)$ $\cdots \cdots (13)$

で表される強制回転角変位を受けたとき、内容液の動水圧 σ を求めることを考える。

σ はラプラスの微分方程式
$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} = 0 \quad \cdots \cdots (14)$$

を、境界条件 $\frac{\partial \sigma}{\partial x} \Big|_{x=\pm L/2} = \rho z \ddot{\theta} \quad \cdots \cdots (15)$, $\frac{\partial \sigma}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\rho x \ddot{\theta} \quad \cdots \cdots (16)$

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} + g \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} \Big|_{z=H} = 0 \quad \cdots \cdots (17)$$

の下で解けば得られる。

3. 2 壁面動水圧モーメント 式(4)の第2式の σ_{2s-1} の代わりに、3. 1で求めた σ を代入して壁面動水圧モーメント $M\theta^0$ を算出し、この $M\theta^0$ について $\omega \rightarrow 0$ の極限をとり、得られた動水圧モーメントを剛振動モードに対する壁面動水圧モーメントと呼ぶことにすれば、それは

$$M\theta_0^0 = -J_0 \ddot{\theta} \quad \cdots \cdots (18)$$

$$J_0 = -8\rho D H^4 \left[\frac{1}{192} \left(\frac{L}{H} \right) \left\{ 5 + \left(\frac{L}{H} \right)^2 \right\} + 3 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\tanh\{(2s-1)\pi L/(2H)\}}{\{(2s-1)\pi\}^5} + \frac{H}{L} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_{2s-1} H)^5} \cdot \frac{2 \cosh \lambda_{2s-1} H - 1}{\sinh \lambda_{2s-1} H} \right] \quad (19)$$

と表すことができる。

4. 長方形 T L D の等価振動系 図-1に示すように、長方形液体貯層が強制回転変位 $\theta(t)$ を受けたときの点Oのまわりの全壁面動水圧モーメントは、式(12)と式(18)を加えることによって得られる。

$$M = M\theta^0 + M\theta_0^0 = \sum_{s=1}^{\infty} K\theta_{2s-1} \xi_{2s-1} - J_1 \ddot{\theta}, \quad J_1 = J_0 - \sum_{s=1}^{\infty} J_{2s-1} \quad \cdots \cdots (20)$$

上式は、内容液の衝撃圧にもとづく等価慣性モーメントが J_1 で、内容液の振動圧にもとづく第 $2s-1$ 次振動の等価回転ばね定数が $K\theta_{2s-1}$ で表されることを示している。

5. 数値計算結果 いま式(20)の J_1 と J_{2s-1} を

$$J_1 = C_1 J, \quad J_{2s-1} = C_{2s-1} J, \quad J = (1/12) \rho D H L (L^2 + 4 H^2) \quad \cdots \cdots (21)$$

式(1)の n_{2s-1} を $n_{2s-1} = N_{2s-1} \sqrt{g/H} \quad \cdots \cdots (22)$

とおけば、 C_1 、 C_{2s-1} 、 N_{2s-1} はいずれも L/H のみの関数で表される。なお、式(20)の $K\theta_{2s-1}$ は式(5)、(22)より

$$K\theta_{2s-1} = N_{2s-1}^2 C_{2s-1} g J / H \quad \cdots \cdots (23)$$

によって与えられる。数値計算では、 C_1 及び $s=1$ に対する N_{2s-1} 、 C_{2s-1} を算出した。結果を図-2に示す。 $s \geq 2$ のとき、 C_{2s-1} は C_1 に比べて非常に小さい。同図を用いれば J_1 、 $K\theta_{2s-1}$ を容易に求めることができる。

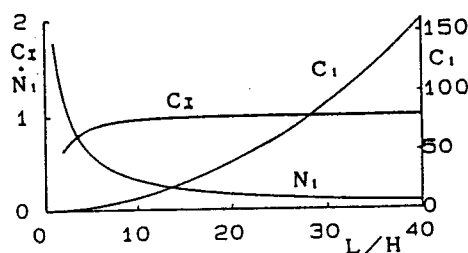


図-2 L/H に対する C_1 、 N_1 、 C_2 の値