

骨組構造物の非線形解析の簡易化について

九州大学工学部 学生員 脇屋 泰士

" 学生員 比江島 慎二

" 正員 彦坂 照

1. 緒言

近い将来、構造設計が許容応力度法から限界状態設計法へ移行すれば、設計実務において非線形解析を行う可能性が高まることが予想される。本研究は、非線形解析を設計実務に取り入れ易くするため、微小変位弾性骨組構造のはり要素を用いた幾何学的、材料のおよび両者の複合した非線形問題の簡易解法を提示するものである。

2. 初期剛性ははり要素を用いた幾何学的非線形構造解析

1) 弾性断面力の算定

基準座標系 (X, Y, Z) の空間内に 1 節点 7 自由度 $(u, v, w, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \phi_x')$ の骨組構造物を考え、その部材要素 $i-j$ の変形前後の様子を図-1 (a), (b) に示す。増分法による逐次近似解として、基準座標系における節点変位ベクトル $\bar{v}$ が与えられれば、変形前の部材座標系 (x_0, y_0, z_0) (図-1 (a)) における節点力ベクトル $\bar{S}$ は次式で求められる。

$$\bar{v} = T_0 v \quad (1)$$

$$\bar{S} = \bar{k} \bar{v} = \bar{k} T_0 v \quad (2)$$

ここに、 $\bar{k}$ は周知の微小変位弾性理論に基づく初期剛性行列であり、また T_0 は部材座標系 (x_0, y_0, z_0) と基準座標系 (X, Y, Z) との間の座標変換行列である。式(2)により求められる $\bar{S}$ は変形前の座標系 (x_0, y_0, z_0) に関するものであるが、通常はり-柱の理論で取り扱

れる程度の比較的小さな幾何学的非線形問題においては、変形後の座標系 (x_n, y_n, z_n) (図-1 (b)) に関する節点力ベクトル $\bar{S}$ の算定式として、式(2)を十分な精度で用いるものとする。変形を考慮したつり合い方程式をたてるために、 $\bar{S}$ を変形後の部材座標系 (x_n, y_n, z_n) から基準座標系 (X, Y, Z) の節点力ベクトル S に変換すれば、次式を得る。

$$S = T_n^T \bar{S} \quad (3)$$

ここに T_n は、部材軸 x_n まわりの座標系の回転角として部材両端の ϕ_x の平均値を用いた、図-1 (c) の部材座標系 (x_n, y_n, z_n) と基準座標系 (X, Y, Z) の間の変換行列である。

式(2)の線形関係を用い、変形の影響を式(3)においてのみ考慮する有限変位解析を、微小変位(1次理論)解析に対して、本論では2次理論解析とよぶ。

2) 弾塑性節点力ベクトルの算定

要素の弾性初期剛性行列 $\bar{k}$ を用いて、まず式(2)から弾性節点力ベクトル $\bar{S}^*$ を算定する。直応力 σ の分布は、残留応力 σ_r を考慮して次式で与えられる。

$$|\sigma| = \left| \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_w}{I_w} \omega_n + \sigma_r \right| \leq \sigma_y \quad (4)$$

ここに、 A は要素の断面積、 I_y, I_z はそれぞれ y, z 軸まわりの断面2次モーメント、 I_w はそりねじり定数、 σ_y は降伏応力である。上式の応力分布に基づき、弾塑性軸力、曲げモーメント、そりモーメントが、次の断面積分により算定される。

$$N^p = \int_A \sigma dA, \quad M_y^p = \int_A \sigma z dA, \quad M_z^p = \int_A \sigma y dA, \quad M_w^p = \int_A \sigma \omega_n dA \quad (5)$$

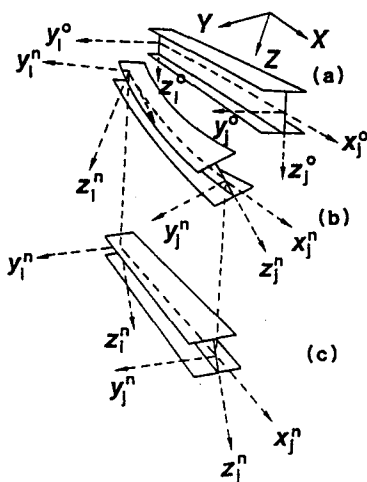


図-1

要素自身のつり合いを考慮して、要素*i-j*の弾塑性節点力ベクトル $\bar{S}^p$ が次式により算定される。

$$\bar{N}_i = -\bar{N}_j = (N_i^p - N_j^p) / 2,$$

$$\bar{Q}_{yi} = -\bar{Q}_{yj} = (M_{zi}^p + M_{zj}^p) / \ell, \quad \bar{Q}_{zi} = -\bar{Q}_{zj} = (M_{yi}^p + M_{yj}^p) / \ell$$

$$\bar{M}_{xi} = -\bar{M}_{xj} = (M_{\theta i}^p + M_{\theta j}^p) / \ell - (GJ - \int \sigma r^2 dA) \phi_x'$$

以上の方法により求められた弾塑性節点力ベクトル $\bar{S}^p$ を式(3)に代入し、直応力 σ による降伏のみを考慮した簡易弾塑性解析を行う。

3. つり合い方程式

いま、骨組構造物の任意節点*i*に*m*本の部材要素が接続するとき、節点*i*に働く節点力ベクトルを S_i 、外力ベクトルを P_i とすれば、変形を考慮した非線形のつり合い方程式が次のように表される。

$$P_i + \sum_{j=1}^m S_j(v) = 0 \tag{6}$$

式(6)を全ての節点について考え、不つり合い力が許容値に比べて小さくなるまで収束させるLopeteguiの方法¹⁾により、つり合い方程式を解く。

4. 数値計算例

図-2は一定軸力を受ける両端ヒンジ部材の一端に、モーメント荷重を載荷したときの弾塑性2次理論解析を行い、実験結果及びC.D.C法²⁾との比較を行ったものである。本法による解析は18要素分割で行い、残留応力を無視して最大値*L/250*の面内正弦波初期たわみを与えた場合と与えない場合の解を示している。図-3の諸元をもつ門形ラーメンが、 λ を荷重係数として単調比例載荷される鉛直等分布荷重 λp と水平集中荷重 λH の作用を受けるものとして、その面内弾塑性挙動を2次理論により解析した。左右の柱には、1/400の部材回転角と最大値*L/1000* (*L*は部材長)の正弦波初期曲りを同時に与え、節点Aの水平変位の変化を、初期不整のない場合と併せてプロットしている。図-4は、単純支持部材(細長比122)のスパン中点Cに

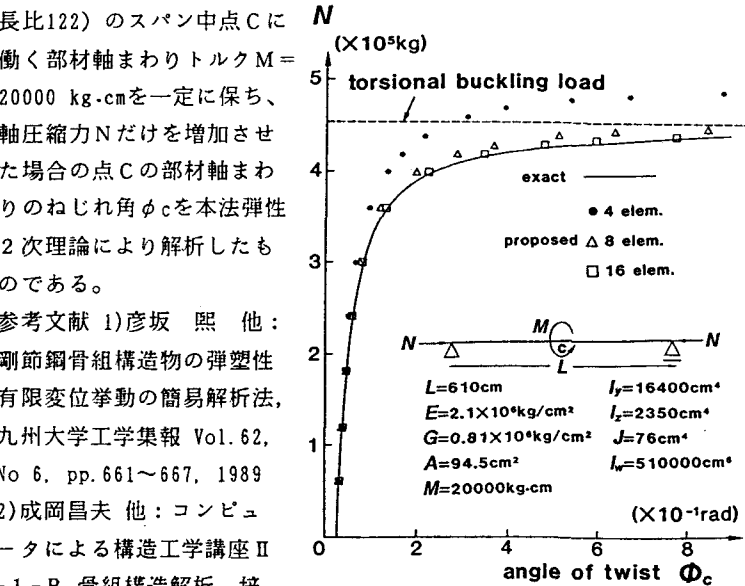


図-4

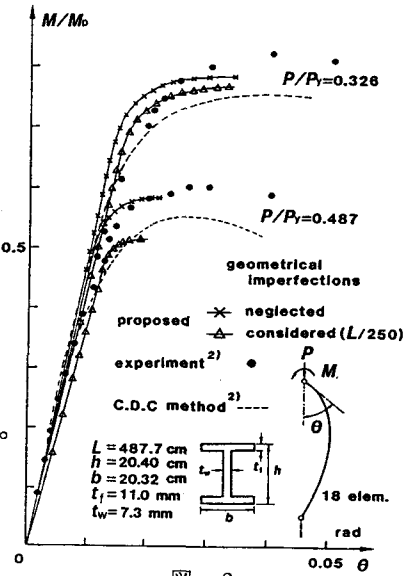


図-2

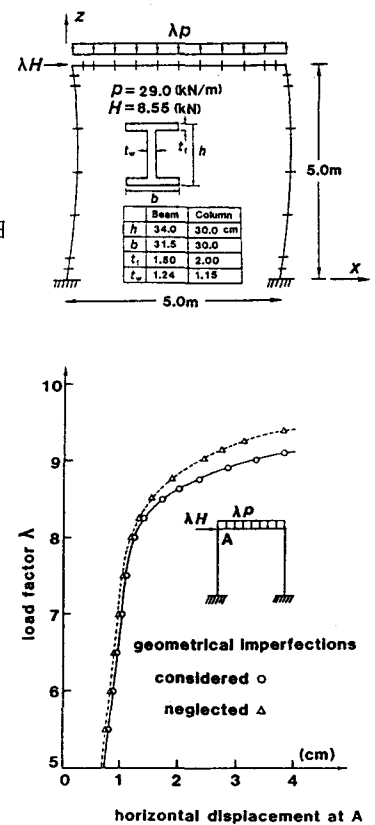


図-3

参考文献 1)彦坂 照 他：
剛節鋼骨組構造物の弾塑性
有限変位挙動の簡易解析法，
九州大学工学集報 Vol. 62，
No 6, pp. 661~667, 1989
2)成岡昌夫 他：コンピュ
ータによる構造工学講座Ⅱ
-1-B 骨組構造解析，培
風館，pp. 294, 1971