

立体ケーブル構造の有限変位解析への最小二乗法の適用

熊本大学工学部 学生員 ○二木 秀敏
 同上 正員 小林 一郎
 同上 正員 三池 亮次

1. はじめに 筆者らは、ケーブル構造の有限変位解析への最適化手法の適用を試みている。不安定構造としての大変形ケーブル解析および非抗圧材としてのケーブル部材の処理等においては、2. で述べる増分形の釣り合式を直接解くよりも式の両辺の残差二乗和の最小化を図る方が計算効率が良いことを示した¹⁾。ここでは、立体ケーブル構造に複数の荷重が順次作用する(たとえば移動荷重)場合の解析を最小二乗法を用いて解く方法を示す。なお、最小二乗法の数値計算には改訂マルカート法を用いた。

2. 有限変位解析の基礎式²⁾ トラス構造の有限変形の間状態において、節点に作用する外力と変位がおのおの p' および d' であり、変形後の状態において、外力ベクトル $p' + \Delta p$ を受け、変位増分が Δd であるものとする。変形後の部材軸力 N で構成される部材応力ベクトルを $r = r' + \Delta r$ とすると、接続マトリックス C' および $C' + \Delta C$ を用い

$$p' = C'r' \quad (1)$$

$$p' + \Delta p = (C' + \Delta C)(r' + \Delta r) \quad (2)$$

が成り立つ。また、トラス構造解析の増分形基礎式は次式となる。

$$\Delta p = (C' + \Delta C)\Delta r + \Delta C r' \quad (3)$$

$$\Delta r = K\{(C' + \Delta C)^T \Delta d - \Delta e_\theta\} \quad (4)$$

ただし、 K は部材の剛性マトリックス、 Δe_θ は伸びの付加項である。

3. 最小二乗法の適用 ここでは、2. で示したトラス構造の有限変位解析の増分形基礎式において、右辺のすべての変位増分 Δd を設計変数とし、左辺の既知量 Δp との間の数値解析残差平方和を最小(つまりゼロ)とする最適設計問題を設定する(問題A)。さらに、非抗圧材としてのケーブル構造の大変形解析を最適設計として取り扱うための定式化を行う。つまり、ケーブル構造においては載荷荷重の変化によって一部の部材の軸力がゼロとなった場合、それらの部材は構造解析上は機能しないものと考えられるので、部材を除去する(問題B)。さらに、一度除去した部材が引張

材としての機能を回復すれば、これを構造の部材として付加し、解析を続行する必要がある(問題C)。また、式(3)の代わりに式(1)を用いて最適化問題を設定すれば完成系(変形前の状態)における釣り合い式の解析を行なうことができる(問題D)。

式(3)の両辺の数値解析残差を

$$v = \alpha \Delta p - (C' + \Delta C)\Delta r - \Delta C r' \quad (5)$$

とし、 v の平方和を目的関数とする最適設計問題を設定する。

[最適設計問題A](トラス構造の解析 $\alpha = 1.0$)

設計変数: 増分変位 Δd

$$\text{目的関数: } f = v^T v \rightarrow \min. \quad (6)$$

[最適設計問題B](圧縮部材の除去)

設計変数: $\Delta d, \alpha$

$$\text{目的関数: } f = v^T v + w^2 \rightarrow \min. \quad (7)$$

$$\text{ただし、 } w = N_I = N'_I + \Delta N_I \quad (8)$$

ただし、式(8)は、第I部材の軸力を表わし、 $w^2 \rightarrow \min$ より変形後の軸力 $N_I = 0$ を求めることとなる。

[最適設計問題C](部材の付加)

設計変数: $\Delta d, \alpha$

$$\text{目的関数: } f = v^T v + w^2 \rightarrow \min. \quad (9)$$

$$\text{ただし、 } w = \frac{(q_I - \ell_I)EA_I}{\ell_I} \quad (10)$$

ただし、 ℓ_I は現時点における部材Iの両端の節点間距離、 q_I は部材Iの除去時の部材長である。

[最適設計問題D](完成系の構造解析)

設計変数: r' または p'

$$\text{目的関数: } f = u^T u \rightarrow \min. \quad (11)$$

$$\text{ただし、 } u = p' - C'r' \quad (12)$$

ただし、 r' を設計変数としたときは、プレストレス量も含めた部材力の算出が、 p' を設計変数とした場合には所定の部材力を得るのに必要な外力の算定が可能となる。

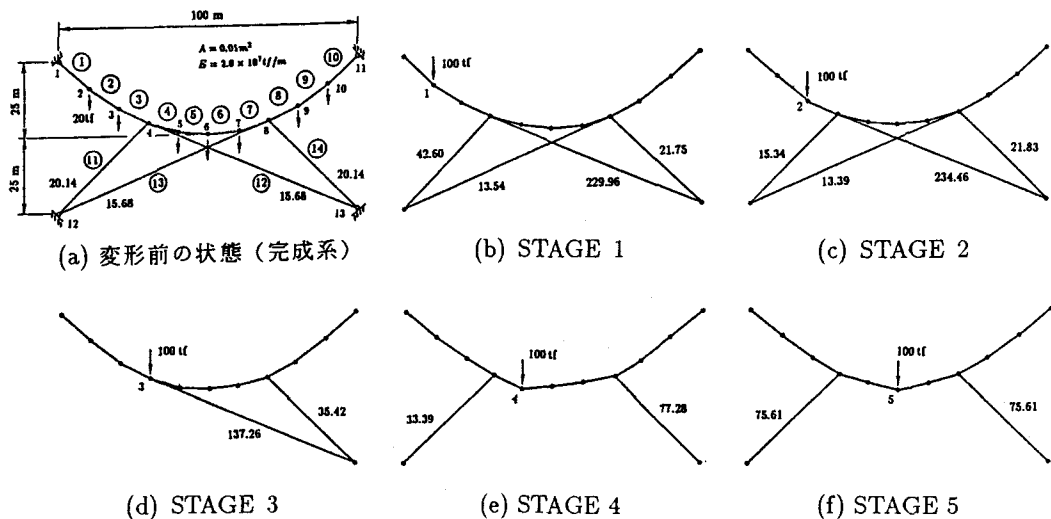


図-1 解析モデルと各荷重段階における変形後の釣り合い状態

4. 数値計算例 図-1に解析モデルと各荷重段階における変形後の釣り合い状態を示した。図-1(a)は、完成系の構造解析を「問題D」を用いて行ったもので、文献1)と同じ計算例となっている。これは、ステークケーブルの軸力の合力を垂直成分のみで上向きに20 tfとし、中間節点2～10に先行荷重として垂直下向きに20 tfずつ载荷し、その結果主ケーブルが放物線形状をなしているものである。従って、節点4、8には、外荷重は作用していない。この状態に垂直下向きに100 tfの移動荷重を各節点に载荷したときの変形過程が図-1(b)～(f)である。部材11～14については軸力(単位:tf)を記した。この計算は、図-2の解析手順に従っている。図-3に主要な部材の軸力の推移を示したが、横軸は各ステージの载荷荷重の大きさでそのスケールはそれぞれ100 tfとなっており、また、縦軸は軸力を表し、部材はその左側のスケールについては実線、右側のスケールについては破線に対応している。例えば、第11部材についてはSTAGE 3で除去され、STAGE 4で再び付加されていることが図-1、図-3よりわかる。なお、立体ケーブル構造の計算例については講演時に報告の予定である。

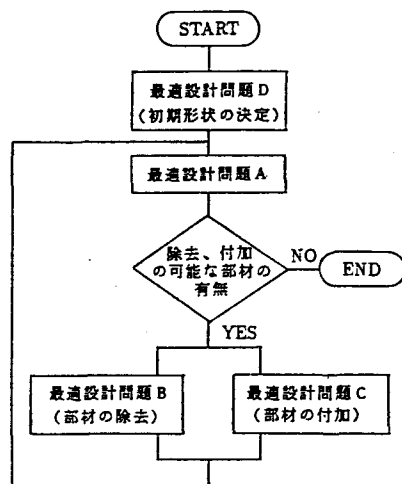


図-2 計算の流れ図

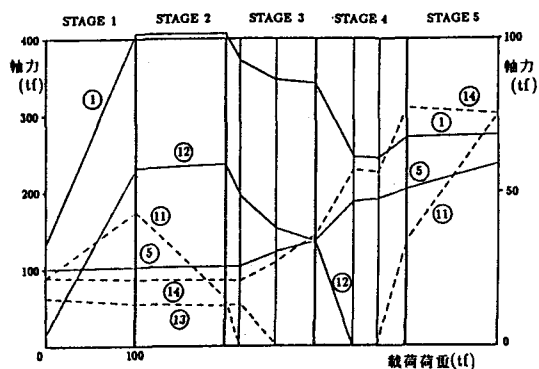


図-3 軸力の推移図

参考文献 1) 後藤、大西、大槻、新村: 非線形型有限変形法 (大変形法) によるトラスの大変形解析とその応用プログラム、土木学会論文報告集、第194号、pp. 55-69、1971.

2) 小林、三池: ケーブル構造の大変形解析への最適化手法の適用、土木構造・材料論文集、第5号、1990.