ファジイ重回帰分析によるダムの安全管理

熊本大学工学部　学生員　○伊東　多聞
同　上　正　員　小林　一郎
同　上　正　員　三池　亮次

1．はじめに

筆者らはアーチダムの安全管理への重回帰分析の適用に関する研究を行なってきた。この回帰モデルにおいては、回帰偏差は正規分布に従うと仮定している。これが正規分布にしたがわなくても、データサイズが十分に大きい場合には中心極限定理によって回帰推定値は正規分布に収斂するが、データサイズが小さい場合には回帰推定値が正規分布に従う保証はない[1)]。この場合には、重回帰モデルによるダムの安全管理限界を設定することは論理的に、不確実となる。むしろ理論上は曖昧となるが、与えられたデータ間の不確定性は、システム自体のゆらぎに起因するとみなすファジィ（可能性）線形回帰モデル[2)]を用いた手法のダムの安全管理への適用を提案する。さらに、確率モデルを用いた結果との比較を行なう。

2．ファジイ重回帰分析

対称ファジィ数 A を $A=(\alpha,c)_L$ と表現し、その帰属度関数 μ_A を次のように定義する。

$$\mu_A(x)=\begin{cases}1-|x-\alpha|/c\,; & c>0\\ 1 & x=\alpha\,;c=0\\ 0 & x\neq\alpha\,;c=0\end{cases} \quad (1)$$

次に、対称ファジィ数 $A_j=(\alpha_j,c_j)_L$ によって可能性線形システムを

$$Y=A_1x_1+A_2x_2+\cdots+A_px_p \quad (2)$$

と表現する。拡張原理によって Y は対称ファジィ数

$$Y=(\mathbf{x}^t\boldsymbol{\alpha},\mathbf{C}^t\,|\,\mathbf{x}\,|)_L \quad (3)$$

となる。ここに、

$$\mathbf{x}=[x_1x_2\cdots x_p]^t \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\alpha}=[\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_p]^t \quad (5)$$

$$\mathbf{C}=[c_1c_2\cdots c_p]^t \quad (6)$$

今、被説明変数 y_i と説明変数 $\mathbf{x}_i$ のデータの組が n 組得られたとする（ただし、$i=1,2,\cdots,n$）。通常の重回帰分析では、これらの変数間に、

$$y_i=\beta_0+\beta_1x_{i1}+\beta_2x_{i2}+\cdots+\beta_px_{ip}+e_i \quad (7)$$

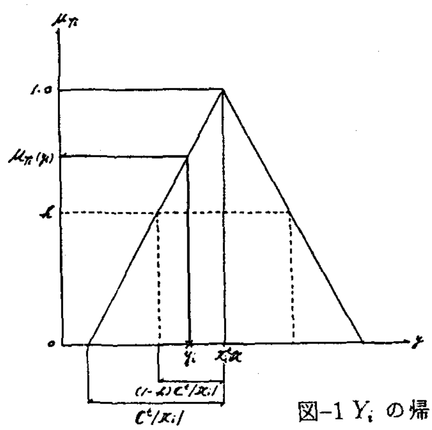


図-1 Y_i の帰属度関数

の関係が成立すると仮定する。e_i は観測誤差で、係数 β_j の推定値は e_i の２乗和を最小にする値として得られる。

ファジィ重回帰分析では観測誤差は係数の持つあいまいさに依存すると考え、次のような可能性線形システムを設定する。

$$Y_i=A_0+A_1x_{i1}+A_2x_{i2}+\cdots+A_px_{ip} \quad (8)$$

Y_i は、実測値 y_i のファジィ推定値である。図-1 に Y_i の帰属度関数を示す。ファジィ重回帰の問題は、y_i が Y_i の帰属度関数に、ある可能性の度合い h $(0\leq h<1)$ 以上で含まれ、かつ、システムのあいまいさを表す幅の合計が出来るだけ小さくなるように係数 $A_j=(\alpha_j,\ c_j)$ を求めることになる。このことは次のＬＰ問題に帰着される。

目的関数：

$$\sum_{i=1}^{n}\mathbf{C}^t\,|\,\mathbf{x}_i\,|\rightarrow min. \quad (9)$$

制約条件：

$$\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\alpha}-(1-h)\mathbf{C}^t\,|\,\mathbf{x}_i\,|\ \leq y_i \quad (10)$$

$$\mathbf{x}_i^t\boldsymbol{\alpha}+(1-h)\mathbf{C}^t\,|\,\mathbf{x}_i\,|\ \geq y_i \quad (11)$$

$$\mathbf{C}\ \geq\mathbf{0} \quad (12)$$

$$(i=1,2,\cdots,n)$$

3．ダムの安全管理への適用

アーチダムのたわみδとその要因（水位、堤体温度等）間に次のような可能性線形モデルを設定し、解析を行った。図–2 にアーチダムの概要を示す。

$$\delta = K+\sum_{j=1}^{2} A_i(t_i-t_{0i})+\sum_{j=1}^{2} B_j(g_j-g_{0j})+C(H-H_0)^2 \tag{13}$$

ここに、K、A_i、B_j、C はファジィ回帰係数 t_i、g_i、H は堤体温度、温度勾配、水位である。また、t_{0i}、g_{0i}、H_0は湛水開始時の値であることを示す。解析は以下の順序で行う。

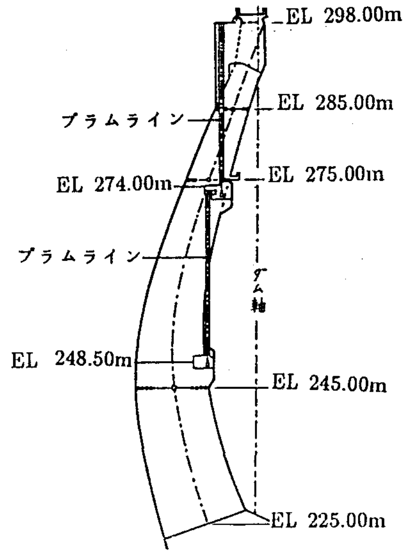
(a) 予備期間のデータについてファジィ係数を求める。
(b) 管理期間のデータを (a) で求めた回帰式に代入して、ファジィ推定値を求める。
(c) もし、予備期間のデータと管理期間のデータが同じ集団に属するならば、管理期間のたわみの実測値はファジィ推定値の与える幅の中に含まれると考える。

図–3 は解析結果で、たわみの実測値を点で、信頼区間の上下限値を実線で示した。図–3 (a) は通常の確率モデルによる重回帰分析の区間推定手法において信頼区間を 95 % とした場合であり、図–3 (b) はファジィ重回帰分析によって求めた $h=0.5$ レベルでの区間を示している。両モデルの回帰係数を比較したものを表–1 に示す。但し、可能性モデルについては分布の中心の値のみを示した。

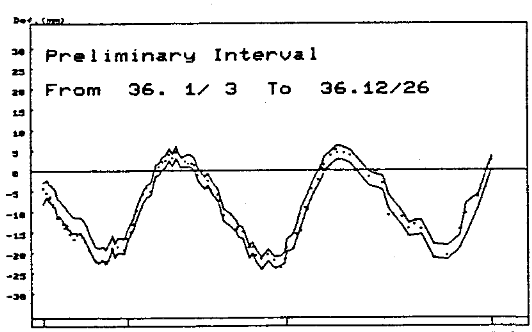
表–1　回帰係数の比較

回帰係数	確率モデル	可能性モデル
K	-6.097	-3.915
A_1	0.872	1.249
A_2	-1.341	-1.478
B_1	-2.777	-1.784
B_2	-3.844	-4.072
C	0.0015	0.0010

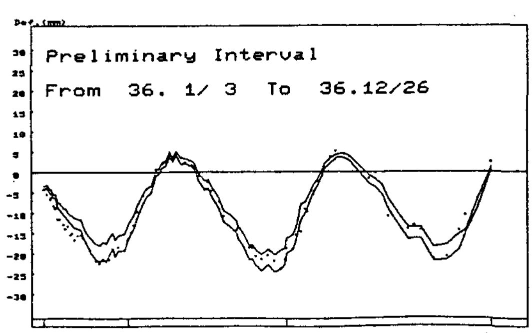
両モデルについて解析結果を比較すると、ほぼ同様の信頼区間が得られているのがわかる。表–1 の数値を比較するとこのことが裏付けされている。他の解析例についても、同様の結果を得たが、それらは講演時に報告する予定である。



図–2 アーチダムの概要



(a) 重回帰による区間推定



(b) ファジィ重回帰による区間推定

図–3 解析結果

参考文献　1) Miike, Kobayashi: Safety Control of Arch Dams by Regression Model,Proc. of 2nd Int. Sympo. on Design of Hydraulic Structures 89, Balkema, pp.91-96, 1989. 2) 寺野他編：ファジィシステム入門、オーム社、pp.67-81,1987.