

鋼管製円弧アーチ構造の塑性崩壊荷重解析

九州共立大学工学部 正 員 三原徹治

1. 緒 言 山岳地における土石流災害防止施設として鋼製砂防ダムが数多く建設されるようになってきた。鋼製砂防構造物には各種の構造形式があるが、図-1に示すような鋼管製アーチ式砂防ダムは、外力を曲げモーメントと軸力で受持つため比較的少ない鋼材で大きな強度を発揮可能(経済性)、工場生産による鋼製アーチ材を組立てる一面構造であるため現場への搬入、組立てが容易(施工性)、アーチの曲率によって土石流の谷幅方向への振分け効果も期待可能(機能性)などの特色を有する。このため、土石流中の巨礫が衝突する際の耐衝撃性を設計の焦点として、その設計法に関する検討が行われつつあり^{1), 2)}、設計段階では衝撃吸収エネルギーを静的塑性吸収エネルギーで評価しても差支えないという知見が得られている²⁾。

本研究は、上記静的塑性吸収エネルギーを算定するために必要な塑性崩壊荷重を比較的正確にかつ効率的に求める一手法を提示するものである。すなわち、鋼管断面の非線形降伏条件を逐次線形近似する手法を示し、この逐次線形化降伏条件を用いた塑性解析法³⁾を具体的に展開したうえで、既製の49種類の鋼管断面についての数値計算結果を示す。なお、本研究において作用荷重は比例的に変化するものとする。

2. 解析基本式

(1) 非線形降伏条件の逐次線形化 曲げモーメントと軸力を受ける鋼管の降伏条件について塑性容量を比較的正確に評価し、さらに計算容量の縮小化を図るため、内力状態の変化に応じて逐次、非線形降伏条件を線形化する逐次線形化手法を示す。図-2のように要素内力をとると構造要素kの断面iおよびi+1の降伏条件式は次式のように表される⁴⁾。

$$\Phi_i = \left(\frac{Q_2}{M_p} \right) - \cos \left(\frac{\pi Q_1}{2 N_p} \right) \leq 0, \quad \Phi_{i+1} = \left(\frac{Q_3}{M_p} \right) - \cos \left(\frac{\pi Q_1}{2 N_p} \right) \leq 0 \quad \text{----- (1)}$$

ただし、 M_p は全塑性曲げモーメント容量、 N_p は塑性軸力容量である。ここで、肩字jを線形化の繰返し回数を示す記号としてj+1回目の繰返しにおける未知内力 Q^{j+1}_k を、j回目の繰返しで得られる既知内力 Q^j_k と未知内力変化量 ΔQ^{j+1}_k の和として得られるものとすれば、式(1)から既知内力 Q^j_k に応じた線形化降伏条件が次のように得られる。

$$(N^j_k)^T (Q^j_k + \Delta Q^{j+1}_k) - R^j_k \leq 0 \quad \text{----- (2)}$$

$$\text{ただし、}(N^j_k)^T = \begin{vmatrix} \gamma_i \pi \sin(n^*_{i,j} \pi / 2) / (2 N_p) & \text{sign}(Q_2^j) \gamma_i / M_p & 0 \\ \gamma_{i+1} \pi \sin(n^*_{i+1,j} \pi / 2) / (2 N_p) & 0 & \text{sign}(Q_3^j) \gamma_{i+1} / M_p \end{vmatrix}_k,$$

$$R^j_k = \begin{vmatrix} \gamma_i \{ m^*_{i,j} + \pi n^*_{i,j} \sin(n^*_{i,j} \pi / 2) / 2 \} \\ \gamma_{i+1} \{ m^*_{i+1,j} + \pi n^*_{i+1,j} \sin(n^*_{i+1,j} \pi / 2) / 2 \} \end{vmatrix}_k,$$

$$\gamma_{i(i+1)} = 1 / \sqrt{1 + \pi^2 \sin^2(n^*_{i(i+1)} \pi / 2) / 4},$$

$$m^*_{i(i+1)} = \cos(n^*_{i(i+1)} \pi / 2),$$

$$n^*_{i(i+1)} = Q_1^j / M_p \cos(n^*_{i(i+1)} \pi / 2) / (Q_2^j / N_p) \quad \text{----- (3)}$$

ここに、式(3)は修正ニュートン・ラプソン法で解くことができる。

したがって、Kを構造要素の総数として式(2)を $k=1, 2, \dots, K$ に拡張すれば、構造全体の線形化降伏条件が次のように得られる。

$$(N^j)^T (Q^j + \Delta Q^{j+1}) - R^j \leq 0, \quad N^j = \text{diag } N^j_k \quad \text{----- (4)}$$

(2) 塑性解析の基本式および解法³⁾ 式(4)に示す逐次線形化降伏条件を用いた塑性解析は繰返し計算を必要とし、j+1回目の繰返しにおける解析基本式は、 $\Delta \alpha^{j+1}$ 、 ΔQ^{j+1} を未知量として次式のように表される。

$$\{ \max \Delta \alpha^{j+1} \mid C^T \Delta Q^{j+1} - \Delta \alpha^{j+1} F = F^j, \quad (N^j)^T \Delta Q^{j+1} \leq R^j \} \quad \text{----- (5)}$$

ただし、 $F^j = \alpha^j F - C^T Q^j$, $R^j = R - (N^j)^T Q^j$

式(5)は、平衡条件式と組合せ応力下での降伏条件を制約条件とし、荷重係数の変化量を最大にする線形計画問題を表しており、LPを適用して解くことができる。式(5)を、解が収束するまで繰返し計算して崩壊荷重係数 α_c を求める。ただし、 C は適合マトリックス、 F は基準とする外力ベクトル、 R は塑性容量ベクトル、 α^j はj回目の繰返しにおける荷重係数値、 $\Delta\alpha^{j+1}$ はj+1回目の繰返しにおける荷重係数の変化量であり、記号 T は転置マトリックスを示す。

3. 計算例 図-3に示す中央集中荷重Pを受ける両端固定円弧アーチを20部材要素で置換し、そのスパン長 $L_s=440.0\text{cm}$ 、鋼管の降伏応力度 $\sigma_y=2400\text{kgf/cm}^2$ と固定し、49種類の鋼管について(管径 $d=21.7\sim 318.5\text{mm}$ 肉厚 $t=2.0\sim 9.0\text{mm}$)半中心角 θ を 1° 刻みに変化させ、それぞれの塑性崩壊荷重 P_c を求めた。

図-4は、 $d=267.4\text{mm}$ 、 $t=6.0\text{mm}$ のときの θ と P_c 、構造全体積 V および単位体積あたりの崩壊荷重量 P_c/V との関係を示す。図-4から θ が増加すれば P_c 、 V とも単調増加傾向を示すが、 V の増加率に比較して P_c の増加率が小さいため P_c/V は $\theta=69^\circ$ 付近で最大値をとることがわかる。また、図-5は $d=114.3\text{mm}$ のときの肉厚 t と $(P_c)_{\max}$ および $(P_c/V)_{\max}$ との関係を示しており、いずれもほぼ線形関係にあることがわかる。

4. 結 言 本研究で提示した塑性解析手法により、鋼管製円弧アーチの塑性崩壊荷重を容易に求めることができ、アーチ式砂防ダムの静的吸収エネルギー算定への適用も可能となった。

参考文献 1)三原他:最適化手法を利用した骨組構造物の弾塑性解析と設計法, システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, 1989. 2)石川他:衝撃荷重を受けるアーチの最適ライズ比に関する一考察, システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, 1989. 3)三原:逐次線形化降伏条件を用いた塑性解析基本式, 西部支部講集, 1989. 4)日本建築学会:鋼構造塑性設計指針, 1965.

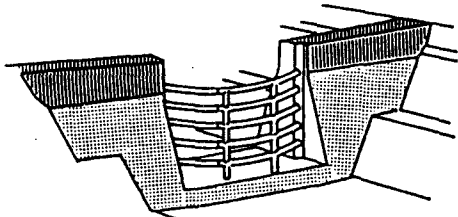


図-1 アーチ式砂防ダム

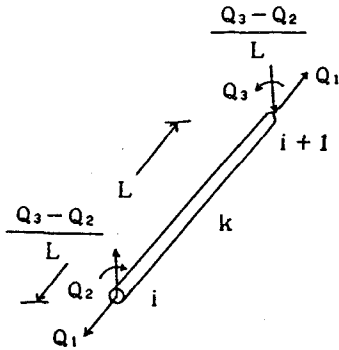


図-2 構造要素の内力

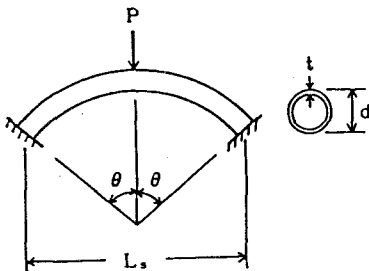


図-3 解析モデル

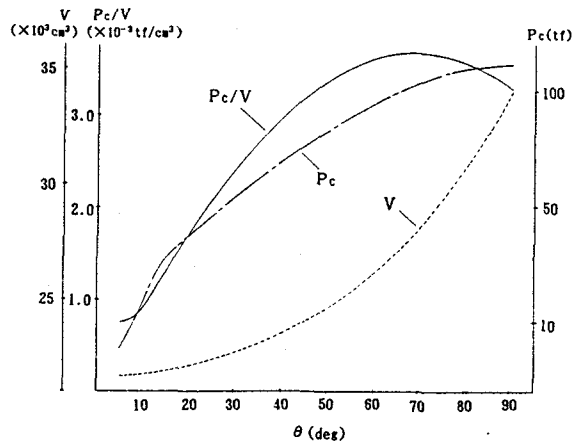


図-4 θ と P_c 、 V および P_c/V との関係($d=267.4\text{mm}$ 、 $t=6.0\text{mm}$)

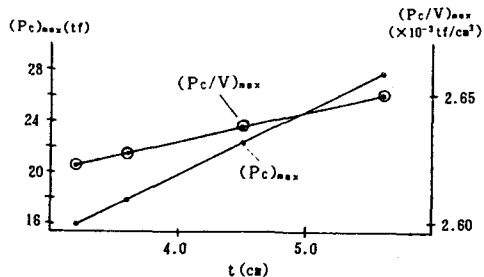


図-5 t と $(P_c)_{\max}$ および $(P_c/V)_{\max}$ との関係($d=114.3\text{mm}$)