# ファジィ理論に基づく発生トリップモデル

西日本工業大学　正員　○河野　雅也
九州大学工学部　正員　樗木　武
九州大学工学部　正員　吉武　哲信

## 1．はじめに

最近，ファジィ理論が工学をはじめとして，色々な分野で広く議論されている．これは，ある現象を記述するシステムにつきまとう不確かさを，曖昧性すなわちファジィ性という観点から見直すところに，その源流があり，また意義がある．

本研究は，その意義を踏まえ，ファジィ理論に基づいた交通需要分析法に関する議論を行なうことを意図するものであるが，まずは，交通需要分析の第1段階に位置する発生トリップモデルについて検討を試みるものである．

## 2．ランダム性とファジィ性

最近の交通需要分析手法には，確率的な取り扱いをしているものが多く見られる．これは，交通需要が示す構造あるいは現象を1つのシステムと看做すとき，そのシステムが不確かな様相を呈するという経験的な事実あるいは理論的な考察によるものである．すなわち，システムに付随する不確かさを，確率現象における事象の生起に関するランダム性と解釈した上で，分析やモデル作成を行なっている．

確かに，ランダム性も不確かさの1つの表現ではある．しかし，ランダム性が時間経過，実験などにより確定可能な不確かさであることを考慮すれば，ランダム性の考え方では，充分に説明できない局面が存在することも，また事実である．たとえば，システムを構成する要素間の関係に関わる不確かさや，システムの厳密な記述に関わる不確かさなどは，時間の経過とは全く無関係に，常にシステムにつきまとうものである．これらの性質の不確かさに対しては，明らかに確率論的なアプローチは不適切であり，それに代わる新たなアプローチが必要となる．

これらの不確かさは，システムを構成する個々の要素や構成の方法が充分に明らかでない，換言すれば，曖昧であるところから発生するものである．この意味で，システムの不確かさを曖昧性つまりファジィ性として把握することが肝要である．

## 3．発生トリップのファジィ線型回帰モデル

実務上最もよく用いられる発生トリップモデルは，重回帰分析によるモデルである（以下，回帰モデルと言う）．特に，パラメータに関し線型性を仮定した線型回帰モデル

$$y_i = a_1 x_{i1} + \cdots + a_p x_{ip} + \varepsilon_i = \sum_{j=1}^{p} a_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad \cdots \ (1)$$

$$\begin{cases} y_i = \text{ゾーン } i \text{ の発生トリップ } (i = 1, \cdots, n), \\ x_{ij} = j \text{番目の説明変数のゾーン } i \text{ での値}, \\ a_j = \text{パラメータ } (j = 1, \cdots, p), \\ \varepsilon_i = \text{ゾーン } i \text{ における観測誤差}, \\ n = \text{ゾーンの数}, \ p = \text{説明変数の数} \end{cases}$$

が用いられる．式(1) では，観測値と推定値との乖離は観測誤差によるものであるとした上で，確率モデルによる展開を行なっている．すなわち，システムの不確かさは，与えられたデータ間の不確かさであり，それは観測不可能な確率変動によると考える．具体的には，観測誤差 $\varepsilon_i$ に対して不偏性，等分散性，無相関性および正規性の仮定を設定し，観測誤差の2乗和（残差平方和）$\sum \varepsilon_i^2$ を最小にするようにパラメータを推定する（最小二乗推定）．すなわち，以下の最小化問題に帰着する．

$$\text{Minimize } E(a) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \sum_{j=1}^{p} a_j x_{ij})^2 \quad \cdots \ (2)$$

ところで，式(1) が表現する発生トリップの分析システムでは，パラメータを確定的なものとして処理しており，このゆえにシステム全体が確定的なモデルとなっている．この意味で，確率的な考え方に立つと言いながら，従来の線型回帰モデルは，実は確定モデルしか与えることができないと言える．

線型モデルにおいてシステムの構成を規定するものはパラメータのみであるから，システムの曖昧性はパラメータが有する曖昧性と同値である．そこで，パラメータに関する曖昧性を考慮する必要性が生じる．パラメータが曖昧であるとは，数学的にはパラメータがある分布を示すことであると解釈できる．

したがって，あるパラメータがとり得る範囲を定め，その範囲における存在の可能性を定量的に示せば良いことになる．

以上のことを数理モデルとして記述するために，パラメータに可能性分布を仮定した可能性線型回帰モデルを導入する．その際，ファジィ数による可能性分布を考えることから，上記モデルを以下ファジィ線型回帰モデルと称する．その式形を以下に示す．

$$Y = A_1 x_1 + \cdots + A_p x_p = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \quad \cdots (3)$$

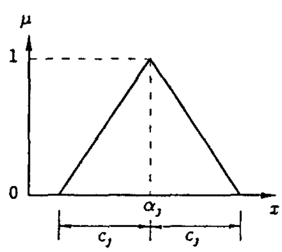
$A_j(j=1,\cdots,p)$ は対称なファジィ数 $(\alpha_j, c_j)_L$ である．また，推定値 $Y_i$（観測値 $y_i$ に対する推定ファジィ数）は，次式で与えられる．

$$Y_i = A_1 x_{i1} + \cdots + A_p x_{ip} \quad \cdots (4)$$

ファジィ数 $A_j$ のメンバーシップ関数は，

$$\mu_{A_j}(x) = \begin{cases} L((x-\alpha_j)/c_j) & ; c_j > 0 \\ 1 & ; c_j = 0 \text{ and } x = \alpha_j \\ 0 & ; c_j = 0 \text{ and } x \neq \alpha_j \end{cases} \quad \cdots (5)$$

とする．ただし，$L(x)$ は型関数と呼ばれるもので，(1) $L(x) = L(-x)$，(2) $L(0) = 1$，(3) $x > 0$ で $L(x)$ は厳密に減少する連続関数である．$L(x)$ の例としては多くのものが考えられるが，ここでは，$L(x) = \max(0, 1-|x|)$ とする．このときのメンバーシップ関数を図－1に示す．すなわち，ファジィパラメータ $A_j$ は中心が $\alpha_j$ であり，その幅が $c_j$ であるような区間で表現されることになる．



図－1 ファジィパラメータ $A_j$ のメンバーシップ関数

さて，拡張原理によれば，式(3) は

$$Y = (\boldsymbol{x}^t \boldsymbol{\alpha},\ \boldsymbol{c}^t |\boldsymbol{x}|)_L \quad \cdots (6)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \cdots, \alpha_p)^t,\ \boldsymbol{c} = (c_1, \cdots, c_p)^t \\ |\boldsymbol{x}| = (|x_1|, \cdots, |x_p|)^t \end{cases}$$

となる．

ここで，次の前提を設ける．

(1) 与えられたデータ $(y_i, \boldsymbol{x}_i)$ に対し，観測値 $y_i$ が推定ファジィ数 $Y_i$ にある程度以上で含まれる．その度合を適合度基準と呼び，$h(0 \leq h < 1)$ で表わす．

(2) サンプル $i$ に関する推定区間の幅は $\sum_j c_j |x_{ij}| = \boldsymbol{c}^t |\boldsymbol{x}_i|$ であり，すべての $i$ についてこの幅を小さくする，つまり，曖昧さをできるだけ小さくする．よって，推定区間 $Y_i$ の幅の総和を最小にする．

以上の内容は，(2)を目的関数，(1)を制約条件とする最適化問題を表わしている．(1)は，

$$\mu_{Y_i}(y_i) \geq h \quad \cdots (7)$$

と書け，先のメンバーシップ関数の定義から，

$$\begin{cases} y_i \leq \boldsymbol{x}_i{}^t \boldsymbol{\alpha} + (1-h)\boldsymbol{c}^t |\boldsymbol{x}_i| \\ y_i \geq \boldsymbol{x}_i{}^t \boldsymbol{\alpha} - (1-h)\boldsymbol{c}^t |\boldsymbol{x}_i| \end{cases} \quad \cdots (8)$$

となる．

以上から，ファジィ線型回帰モデルのパラメータ推定問題は，以下に示すＬＰ問題へと帰着する．

$$\text{Minimize } S(\alpha, c) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{c}^t |\boldsymbol{x}_i| \quad \cdots (9)$$

$$\begin{aligned} \text{subject to } & \boldsymbol{x}_i{}^t \boldsymbol{\alpha} - (1-h)\boldsymbol{c}^t |\boldsymbol{x}_i| \leq y_i \quad \text{for all } i \\ & \boldsymbol{x}_i{}^t \boldsymbol{\alpha} + (1-h)\boldsymbol{c}^t |\boldsymbol{x}_i| \geq y_i \quad \text{for all } i \\ \text{and } \quad & \boldsymbol{c} \geq \boldsymbol{0} \end{aligned}$$

## ４．福岡都市圏への適用例

提案モデルを福岡都市圏Ｂゾーン(21ゾーン)のパーソントリップデータへ適用した結果を表－1に示す．従来モデルとの比較検討のため，北部九州圏モデル（最小二乗法に基づく線型回帰モデル）についても同様の検討を行なった．なお，ファジィ線型回帰モデルの計算においては，充分なデータが得られたものとして，$h = 0$ としている．

表－1 パラメータと適合度

| 目的 | | ファジィモデル | 従来モデル |
|---|---|---|---|
| 全目的 | パラメータ | $A_0$=(-1371.720, 9279.747)<br>$A_1$=( 0.953, 0.0 )<br>$A_3$=( 2.739, 0.0 ) | $a_0$= -611.312<br>$a_1$= 1.039<br>$a_3$= 2.622 |
| | 重相関係数<br>ＲＭＳ誤差 | 0.996<br>18163.5 | 0.996<br>17182.3 |
| 通勤 | パラメータ | $A_0$=( 33.474, 1085.075)<br>$A_1$=( 0.266, 0.028) | $a_0$= 819.135<br>$a_1$= 0.254 |
| | 重相関係数<br>ＲＭＳ誤差 | 0.992<br>2960.7 | 0.992<br>2765.3 |
| 業務1 | パラメータ | $A_0$=( -75.941, 1634.149)<br>$A_3$=( 0.759, 0.073) | $a_0$=-1068.122<br>$a_3$= 0.829 |
| | 重相関係数<br>ＲＭＳ誤差 | 0.998<br>4536.9 | 0.998<br>2646.5 |
| 私用1 | パラメータ | $A_0$=( -598.172, 2013.688)<br>$A_1$=( 0.139, 0.0 )<br>$A_4$=( 1.939, 0.568) | $a_0$=-1163.071<br>$a_1$= 0.150<br>$a_4$= 1.639 |
| | 重相関係数<br>ＲＭＳ誤差 | 0.972<br>7815.3 | 0.973<br>6941.1 |

(注)パラメータの添字：0=定数，1=夜間人口，3=1次就業者数，4=2次従業者数