

一様流中に連続投入された粒子の挙動

九州工業大学 正 員 藤崎 一裕
九州工業大学 学生員 中山 竜起
九州大学工学部 正 員 栗谷 陽一

1. まえがき

水平一様流中に水面から沈降性粒子を鉛直下方に連続投入した場合の現象について検討した。この現象は懸濁液の相対密度が卓越している箇所では通常の密度ブリュームと類似の様相を示し、流下が進むにつれて粒子沈降が卓越した過程へ移行していくものと予想される。本報では、現象解析の第1段階として、まず実験により現象を視察し、その大略の解析を試みた。

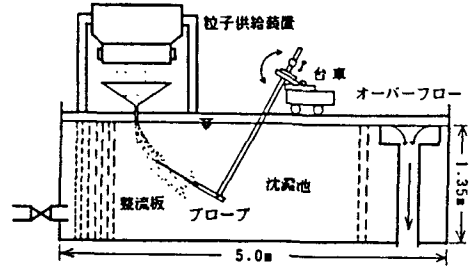


図1 実験装置

2. 実験

図1に実験装置の概略を示す。幅50cm、水深135cm、長さ5mの片面ガラス張りの水槽を用いて上流端で整流して一様流（流速 $u=4.6\text{cm/s}$ ）の流れを作り、この流れの水面上5mmのところを粒子を重力により落下させた。噴出口の円形ノズルの内径は $D=6\text{mm}$ である。使用した粒子は豊浦産標準砂でフルイで65mesh～80meshに整粒したものを用いた。個々の粒子の平均沈降速度は 2.9cm/s である。

流速は図1に示すトラバース装置に設置した3次元電磁流速計によりブリュームの主軸と直角方向での鉛直断面での値を求めた。粒子濃度も同様の断面で測定したが、その測定にはサイフォンによる直接サンプリングによった。1箇所でのサンプリング懸濁液の量は600cc、1断面で15個の測定値を求めた。図2に流速と粒子濃度の測定結果の例を示す。図中、実線が流速の断面最大値の軌跡、破線が粒子濃度のそれを示す。通常の一様流中の密度ブリュームではこの両者は一致すべきものであるが、図のように流下がすすむにつれて粒子沈降の影響をうけて、2本の曲線の間のずれは増大している。

図3は流速および粒子濃度の分布を基準化して示したもので、広がり幅は最大値の50%を基準にした。これらの図によると、ブリュームの中央部ではかなり広い範囲で分布形に相似性が仮定できるようなのである。

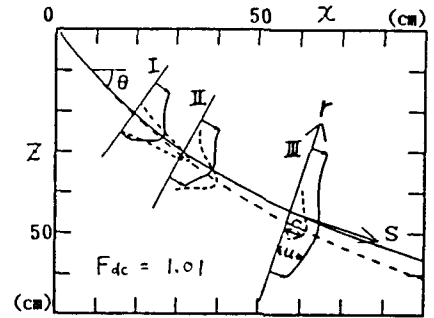


図2 ブリュームの軌跡

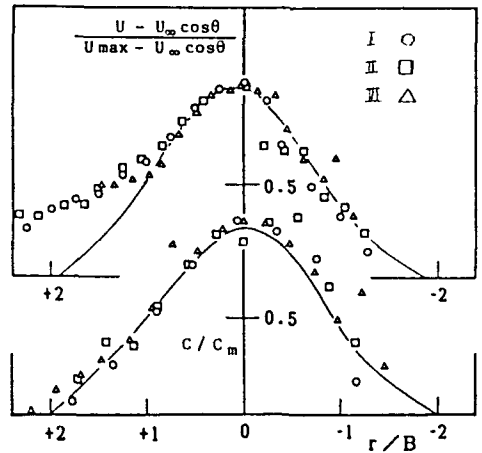


図3 流速および濃度の分布形

3. 理論的解析

図2に示すように座標軸をとり慣用の記号を用いると、この場合の基礎式が次式で表される。¹⁾

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \Delta \bar{p} c g \sin \theta - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{u} \bar{v}) \quad (2)$$

$$\left(u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) \cos \theta = - \frac{u^2}{R} \sin \theta - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{u} \bar{v}) \cos \theta \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left\{ (u + w_0 \sin \theta) \cdot c \right\} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r(v + w_0 \cos \theta) c \right\} = 0 \quad (4)$$

ここで

$$\Delta \bar{p} = \frac{p_s - p_t}{\ell_b} \quad (5), \quad R = \frac{ds}{d\theta} \quad (6)$$

ρ_s 、 ρ_l はそれぞれ粒子及び流体の密度、 R は曲率半径、 w_0 は粒子の沈降速度である。(1)式は流体の保存式、(2)及び(3)式はそれぞれ S 方向及び水平方向の運動方程式、(4)式は粒子の保存則である。

以上の式を無次元化して、ブリュームの全断面で積分すると次式がえられる。

$$\frac{d}{ds} \left(\int_0^\infty u r dr \right) = E \quad (7)$$

$$\frac{d}{ds} \left(\int_0^\infty u^2 r dr \right) = \int_0^\infty \Delta \bar{p} c r dr g \sin \theta + E u_m \cos \theta \quad (8)$$

$$\frac{d}{ds} \left[\int_0^{2\pi} \int_0^\infty (u + w_0 \sin \theta) c r dr d\theta \right] = 0 \quad (9)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{\int_0^\infty \Delta \bar{p} c r dr g \cos \theta - E u_m \cos \theta}{\int_0^\infty u^2 r dr} \quad (10)$$

$$\bar{s} = s / \ell_b, \quad \bar{u} = u / u_m, \quad \bar{w}_0 = w_0 / u_m, \quad (11)$$

$$\bar{r} = r / \ell_b, \quad \bar{b} = b / \ell_b, \quad \bar{E} = E / (\ell_b u_m), \quad \bar{c} = c / c_0$$

$$F_{dc}^2 = \frac{u_m^2}{\Delta \bar{p} c_0 g \ell_b}, \quad \ell_b = \frac{c_0 \frac{\pi}{4} D^4 w_0 g \Delta \bar{p}}{u_m^2} \quad (12)$$

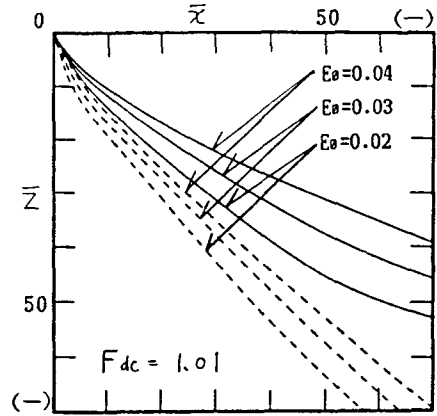


図4 ブリュームの軌跡 (計算結果)

F_{dc} はこの場合の密度フルード数、 ℓ_b は粒子の重みと一様流とで表わされる代表長さである。

流速分布と粒子濃度分布の分布形にGauss分布を仮定し、上の式を連立させてブリュームの中心軸 (S 軸) に沿って順次、流速と濃度を求めた。

図4に、ブリューム中心の軌跡を示す。実線が流体の中心、破線が粒子濃度の最大値の軌跡である。計算結果はエントレインメント E により大きく変わる。しかし、全般的に流速と濃度の中心線の差は実験値に比べて大きめに出ている。粒子群重量によりブリュームが下方に引きずられるが、このことに関する数値計算上の取扱が不十分なことがその原因と考えられる。ブリューム横断面に直交座標を用いてより厳密な数値計算を目下検討中である。なお、この理論計算プログラムで $w_0=0$ とすると、従来の一様流中での密度ブリュームの解析^{2,3)}に帰する。

終わりに、実験等に協力された九州工大生の原和久、河野直樹の両君に感謝する。

4. 参考文献

- 1) Hirst, E. J.: Hydraul. Div., ASCE, Vol. 98, No. HY 11, 1972, pp. 1999-2014
- 2) Csanady, C. T.: J. Fluid Mech., Vol. 22, 1965 pp. 225-239.
- 3) Wright, S. J.: J. Hydraul. Div., ASCE, Vol. 103 No. HY5, 1977, pp. 499-513