

沈降性粒子を含む開水路流れにおける移流分散

九州工業大学 正員 藤崎一裕

九州工業大学 ○ 学生員 吉武範幸

九州大学工学部 正員 粟谷陽一

1. まえがき

沈降性粒子を含む流れ場における物質の縦分散現象について検討した。粒子懸濁が流れの状況に及ぼす影響については、これまでに既に種々の検討がなされているが、この浮遊砂流状態における物質の分散現象に関してはあまり報告されていない。本報では、開水路の縦分散に関するElderの取扱いに粒子懸濁による密度勾配の影響を考えて検討した。濁度密度勾配と渦動拡散係数との関係は Monin-Obukhovの理論を用いた。

2. 理論的解析

図1のように座標軸を取り、慣用されている記号を用いると x , y 方向の流体の運動方程式は

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g \quad (2)$$

となる。清水の場合(粒子濃度=0)の渦動粘性係数 D_t に関しては混合距離理論を用い、流速分布として対数分布を仮定する。

$$D_t = \kappa u_* y (1-y/h) \quad (3)$$

本研究は現象の概略を知ることが目的としている。そのため、濁度密度勾配が乱流拡散に及ぼす影響については、記述が簡略で現象をoverallに取り扱った Monin-Obukhovの理論を用いる。この理論はもともと大気の流れの分野に関して利用されているものであるが、ここで対象としたような浮遊砂流にも適用された例が報告されている。²⁾

濁水に関する Monin-Obukhov 長 L としては、次の式(4)を用いた。

$$L = \frac{u_*^3}{\kappa g (\rho_s - \rho) w_0 \langle c \rangle} \quad (4)$$

$$\langle c \rangle \equiv \frac{1}{h} \int_0^h c^* dy$$

ここで、 ρ_s : 粒子密度、 ρ : 流体密度、 κ : カルマン定数(=0.4)、 u_* : 摩擦速度、 w_0 : 粒子沈降速度、 $\langle c \rangle$: 粒子断面平均濃度である。

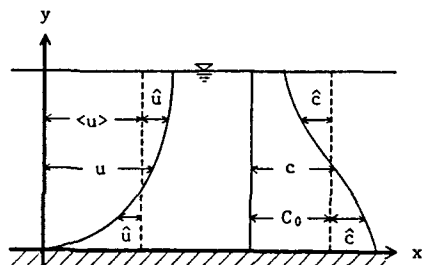


図1 座標系

渦動拡散に及ぼす粒子懸濁の影響は次式で表した。²⁾

$$\bar{D}_t \equiv \frac{D_t}{\kappa u_*} = \frac{D_0}{\kappa u_*} (1 + \alpha \eta / \bar{L})^{-1} \quad (5)$$

$$\eta = y/h, \quad \bar{L} = L/h$$

$\bar{L}$ は Overall Richardson 数に対応する。 α は定数で本報では $\alpha = 6.0$ を用いた。式(4)、(5)を式(1)に代入して、等流状態における浮遊砂流での流速分布を示す式として

$$\bar{u} \equiv \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{\eta}{\eta_0} + \alpha \eta / \bar{L} \right) \quad (6)$$

がえられる。 η_0 : 清水状態での $u=0$ となる水路床からの無次元高さである。このとき、平均流速 $\langle \bar{u} \rangle$ 及び $\langle \bar{u}^2 \rangle$ からの偏差 $\hat{\bar{u}}$ はそれぞれ次式となる。

$$\langle \bar{u} \rangle = \int_{\eta_0}^1 \bar{u} d\eta = \frac{1}{\kappa} \left\{ \ln \frac{1}{\eta_0} - 1 + \alpha / (2\bar{L}) \right\} \quad (7)$$

$$\hat{\bar{u}} = \bar{u} - \langle \bar{u} \rangle = \frac{1}{\kappa} \{ 1 + \ln \eta + \alpha (\eta - 1/2) / \bar{L} \} \quad (8)$$

流水中に投入された物質の濃度分布を Taylor にならって

$$c(\eta) = C_0 (1 + K x_1) + \hat{c}(\eta) \quad (9)$$

$$K = \frac{1}{\langle c \rangle} \frac{d\langle c \rangle}{dx}, \quad x_1 = x - \langle u \rangle t$$

とおく。 C_0 は流下方向に濃度勾配がない場合の濃度(クラウド中心部での濃度)、 $\hat{c}$ は式(9)で定義される補正項、 K は断面平均無次元濃度勾配である。式(9)を物質保存の式(10)に代入して、式(11)がえられる。

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\bar{D}_s \frac{\partial c}{\partial \eta} \right) \quad (10)$$

$$\hat{u} K C_0 = \frac{d}{dn} (\bar{D}_s \frac{d\hat{c}}{dn}) \quad (11)$$

$\bar{D}_s \equiv \bar{D}_t$ として $\hat{c}$ を求めると

$$\hat{c} = \frac{K}{K^2} C_0 \left[\int_{\eta_0}^{\eta} \frac{\eta \ln \eta}{1-\eta} d\eta + \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{\alpha}{L} \frac{\eta \ln \eta}{1-\eta} d\eta - \alpha / (2L) \int_{\eta_0}^{\eta} \left(1 + \frac{\alpha}{L} \eta \right) d\eta \right] + \text{const.} \quad (12)$$

をえる。このとき分散係数は次式(13)でえられる。

$$\frac{D_L}{hu_*} \frac{d\langle c \rangle}{dx} = - \langle \hat{u} \hat{c} \rangle \quad (13)$$

図2及び図3にそれぞれ流速分布 $\hat{u}$ や濃度分布の補正項 $\hat{c}$ によぼす L の影響を、図4と図5には平均流速 $\langle \hat{u} \rangle$ と L との関係、 D_L と L との関係を示した。

3. 実験及び考察

室内実験により解析結果を検討した。用いた水路(図6)は長さ8m、幅40cm、勾配 1/600で、上流より懸濁粒子を連続投入した。実験条件は、水深=4.0~4.5cm、平均流速=46~52cm/sec($Re=18000 \sim 23000$) 粒子平均体積濃度=0.05%以下である。粒子として粉砕けい砂(平均粒径=63~105 μm 、平均沈降速度=0.67 4cm/sec)を用いた。

流速分布は3mm ϕ のプロベラ流速計で測定し、流水中に瞬間投入した塩水(体積30cc、濃度0.3%)の濃度分布の標準偏差 σ の流下にとまう変化から分散係数を次式により求めた。

$$D_L = \frac{1}{2} \frac{d \sigma^2}{d(x/\langle u \rangle)} \quad (14)$$

実験結果を図4と図5中にプロットした。計算値は実験値を比較的によく再現しており、現象解析の第一近似として式(4)、(5)の妥当性が示されているといえる。

今後は渦動粘性に及ぼす粒子懸濁の影響について局所的な値を用いる方向で検討を進める予定である。

最後に、実験に協力された九州工大生の橋田敏明君に感謝する。

4. 参考文献

- 1) Elder, J.W : Journal of Fluid Mechanics , Vol .5 , 1959 , pp. 544-560
- 2) Itakura and Kishi ; P. ASCE , Vol.106 , No. HY 8 , 1980 , pp. 1325-1343

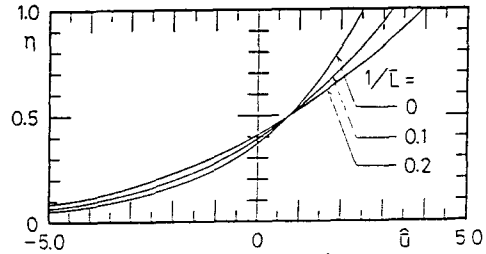


図2 流速分布 $\hat{u}$

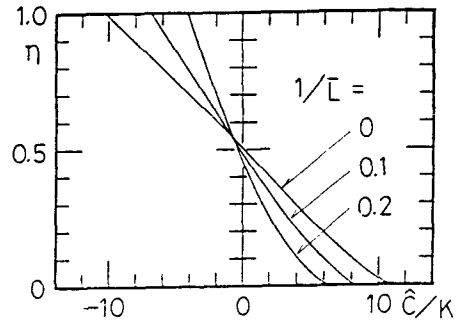


図3 濃度分布の補正項 $\hat{c}$

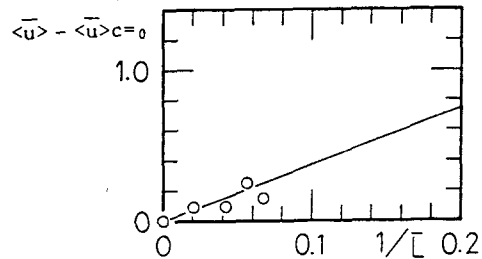


図4 $\langle \hat{u} \rangle$ と $1/L$ との関係

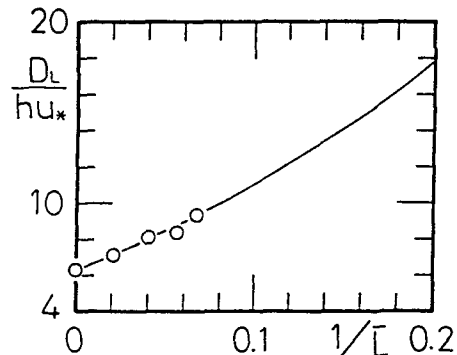


図5 D_L/hu_* と $1/L$ との関係

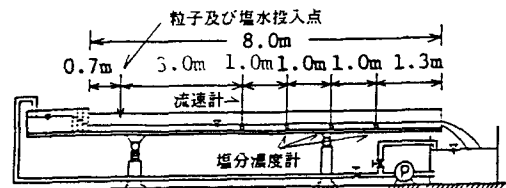


図6 実験装置概略図