# 局所的にパラメータが変化する場における濃度分布予測及びパラメータ同定について

九州大学工学部　○学生員　川中　健太郎　九州大学工学部　正員　河村　明
九州大学工学部　正員　神野　健二　九州大学工学部　正員　上田　年比古
九州大学大学院　学生員　吉永　宙司

1．はじめに　移流分散現象を考える場合、移流分散方程式の中に含まれる物理パラメータが局所的に変化する場合を考慮しなければならないことが多い。著者らは、時空間的に一定の物理パラメータ(流速u、分散係数D、一次反応係数$\gamma$)を持つ移流分散方程式にランダムな変動が加わる定係数一次元確率移流分散方程式を取り上げ、濃度をフーリエ級数展開して連立常微分方程式に変形し、定時観測データを用いて拡張カルマンフィルターにより、物理パラメータおよびフーリエ係数を逐次同定しながら濃度予測する手法を提案している[1]。本報では、本手法をそのまま、物理パラメータが局所的に変化する場合に適用しその有効性および特性について検討している。すなわち、局所的にパラメータの変化する確率移流分散現象を模擬発生させ、これに本手法を適用して濃度予測を行い、観測情報の入ってくるサンプリング時間間隔の変化および濃度観測点数の変化が濃度予測精度に及ぼす影響について検討を行っている。

2．計算手法　(詳しくは参考文献1)を参照されたい。)ここでは次式に示すような定係数一次元確率移流分散方程式を考え、カルマンフィルターにより濃度予測を行うことを考える。

$$\partial C(x,t)/\partial t+u\partial C(x,t)/\partial x=D\partial^2 C(x,t)/\partial x^2-\gamma C(x,t)+\varepsilon(x,t) \quad (1)$$

ここに、C：濃度、u：流速、D：分散係数、$\gamma$：一次反応係数、$\varepsilon$：平均値0の正規性白色雑音、x：距離、t：時刻。なおu，D，$\gamma$は時空間的に一定の場合を想定している。まず濃度Cを次式のようにフーリエ級数に展開する。

$$C(x,t)=B_0(t)+\Sigma\left[A_m(t)\sin(2\pi mx/\ell)+B_m(t)\cos(2\pi mx/\ell)\right] \quad (2)$$

式(2)を式(1)に代入して、$B_0(t)$および波数mに対するフーリエ係数$A_m(t)$，$B_m(t)$に関する連立常微分方程式に変形する。ここで物理量u，D，$\gamma$およびフーリエ係数$B_0$，$A_m$，$B_m$をカルマンフィルターのシステム状態量xとし、またx方向に任意に配置された観測点から観測雑音を含んだ濃度Cがあるサンプリング間隔で定時的に観測される場合を想定し、この観測情報をもとにカルマンフィルターにより、状態量xを逐次同定してゆき、濃度Cの予測を行う。

3．適用例　ここでは、図-1に示されるように物理パラメータ(u，D，$\gamma$)がx＝30を境として変化する場合を想定し、2.で述べた手法を以下の模擬発生データに適用する。まず、移流分散方程式の一つの数値解法である粒子移動法[2]により、局所的にパラメータが変化する確率移流分散現象を模擬発生させた。このとき、$\varepsilon$には平均値0、標準偏差0.01の正規乱数を与え、数値計算の時間間隔$\Delta t$=0.1(day)として、500時点ほど濃度Cを模擬発生させた。これを図-1の実線に示している。またこれに平均値0、標準偏差0.01の正規乱数を観測雑音として加えたものが実際に各地点で観測される濃度とした。ここでカルマンフィルターで濃度予測を行う場合の物理パラメータu，D，$\gamma$の初期値には、図-1の$x<30$の場におけるu，D，$\gamma$の真値の50%を与え、フーリエ係数$B_0$，$A_m$，$B_m$の初期値には、初期濃度分布をフーリエ級数展開したときの係数の値の50%を与えた。そして濃度観測点は図-1の矢印のようにランダムに20点、観測量のサンプリング時間間隔は1時点(0.1日)とした場合のカルマンフィルターによる濃度予測結果を図-1に示している。図-2には、u，D，$\gamma$の同定結果を示している。また図-3には濃度観測点数およびサンプリング時間間隔を変化させた場合の次式による予測残差2乗和の平方根Jの値を示している。

$$J_1=\sqrt{\Sigma[C(x,k)-\hat{C}(x,k)]^2/N} \quad (3) \qquad J=\Sigma J_1/N_1 \quad (4)$$

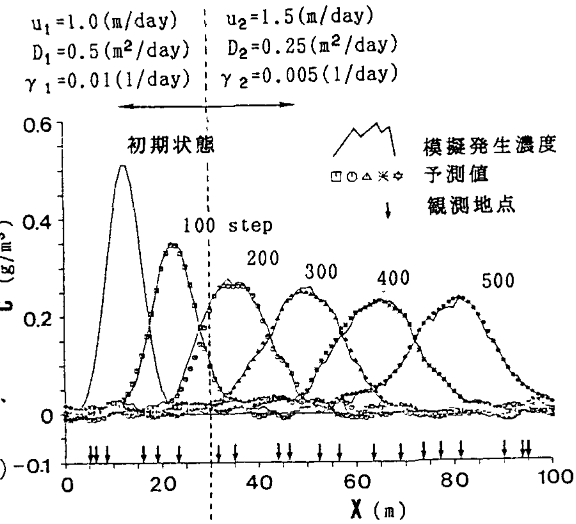
ここに、$\hat{C}$：濃度Cの予測値，N：評価地点数でこの場合 N＝101，$N_1$：評価時点数この場合100時点から500時点までの100時点おきの 5時点とした。

4.考察　図-1より、カルマンフィルターにより、局所的に物理パラメータが変化する場合でも、精度良く濃

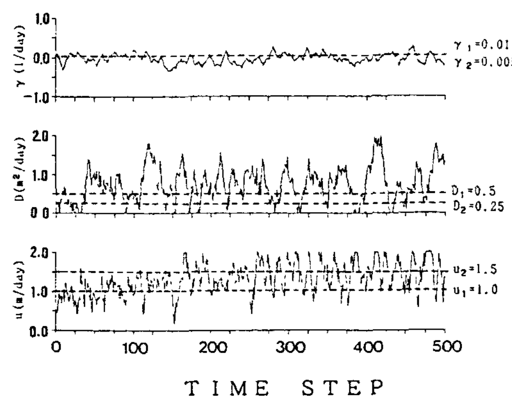
度分布形状を予測している。また図-2より、物理パラメータの同定結果は小刻みに変化しているが、これは物理パラメータを逐次変化させることにより、局所的にパラメータが変化する場合の濃度分布に追随させようとするためである。このため、カルマンフィルターのシステム雑音の共分散行列の見積りを適切に行うことが濃度予測の精度向上に大きく影響することがわかった。すなわち、例えばシステム雑音を0にすると、u，D，γの同定結果は異なる２つの平均値付近に収束するものの濃度予測精度は低いものとなった。次に図-3より、サンプリング時間間隔が20時点以下でかつ濃度観測点数が20以上であれば、予測精度はＪ=0.01(g/m³)以内の高精度となっている。また、観測点数が10以下のときは、観測時間間隔を短くしても、濃度予測は困難であるといえる。以上の結果を物理パラメータが時空間的に一定の場合の前報[3)]と比較すると、局所的にパラメータが変化する場合に精度の高い濃度の予測を行うには、サンプリング時間間隔を小さくとる必要があるといえよう。

５．むすび　本報では、空間的に任意に設置された観測点から、ある時間間隔で入手されるデータを用いて、拡張カルマンフィルターにより定係数一次元確率移流分散方程式で記述される濃度分布を予測する手法を、物理パラメータが局所的に変化する場についても適用してみた。その結果、本手法により、局所的に物理パラメータが変化する場合でも精度良く濃度分布を予測することができることが示された。また、サンプリング時間間隔および濃度観測地点数の濃度分布予測精度に対する影響が評価された。

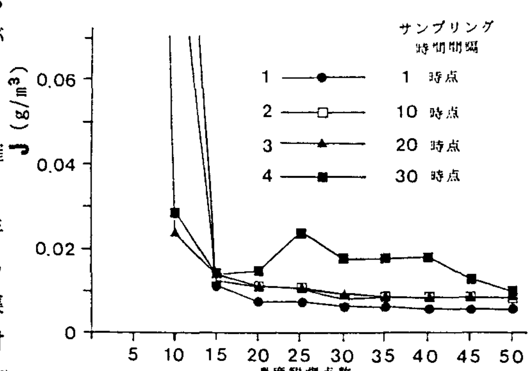
参考文献　1)河村　明、神野　健二、上田　年比古、吉永　宙司：カルマンフィルターによる定係数一次元確率移流分散方程式のオンライン濃度分布予測について、九州大学工学集報、第62巻、第1号、pp.17~24,平成元年1月． 2)神野　健二、上田　年比古：粒子の移動による移流分散方程式の数値解法の検討、土木学会論文報告集第271号、pp.45~53,昭和53年3月． 3)吉永　宙司、河村　明、神野　健二、上田　年比古:定係数一次元確率移流分散方程式の濃度予測手法の特性について(第2報)、土木学会第43回年次学術講演会、昭和63年10月．




図－１　模擬発生濃度とその予測値




図－２　物理パラメータｕ，Ｄ，γの同定過程




図－３　サンプリング時間間隔による予測精度の変化