

瀬戸内海をモデルとした数値計算

九州大学 学生員○相良 誠 佐賀大学 正 員 大串 浩一郎
九州大学 正 員 小松 利光 九州大学 正 員 朝位 孝二

1. はじめに 移流方程式を数値的に解く場合、小松ら¹⁾が提唱した 6-point scheme は有力な計算方法の一つである。そこで我々は、この scheme を用いて瀬戸内海における物質の移流拡散の計算を行ってみた。瀬戸内海については、過去に速水・宇野木氏により、一次元の理論解が得られておりこの結果と比較することによりこの scheme の有効性を検討した。

2. 基礎式 一次元の移流拡散方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} (AC) + \frac{\partial}{\partial x} (QC) = \frac{\partial}{\partial x} \left(AK \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{m}{\rho} \quad (1)$$

(1) 式を整理すると、

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{K}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{m}{\rho A} \quad (2)$$

(2) 式を split operator approach で計算を行う。移流項については 6-point method で計算を行い、拡散項については次式のように差分化を行う。つまり、i 点での拡散項は、

$$\frac{K}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial C}{\partial x} \right) \Big|_i \approx \frac{K}{A_i \Delta x} \left\{ \frac{A_{i+1} + A_i}{2} \cdot \frac{C_{i+1} - C_i}{\Delta x} - \frac{A_i + A_{i-1}}{2} \cdot \frac{C_i - C_{i-1}}{\Delta x} \right\} \quad (3)$$

3. 瀬戸内海への適用

(1) 適用方法 瀬戸内海の流れの現象は複雑であるが、ここでは速水・宇野木氏の理論解との比較の為、瀬戸内海を単一内海とし流向は豊後水道から備後灘、明石海峡を通り紀伊水道へと至る東向き流れとする。(図-1 中、1から29へ方向) また、各計算点での断面積(A)、流量(Q)、流速(U)、クーラン数($U \cdot \Delta t / \Delta x$)は表-1にまとめている。ここで、流量が次第に増加しているのは、河川流入量、降雨量、蒸発量の影響である。計算点は図-1に示す様に等間隔の 20km 間隔にとり 29 点である。

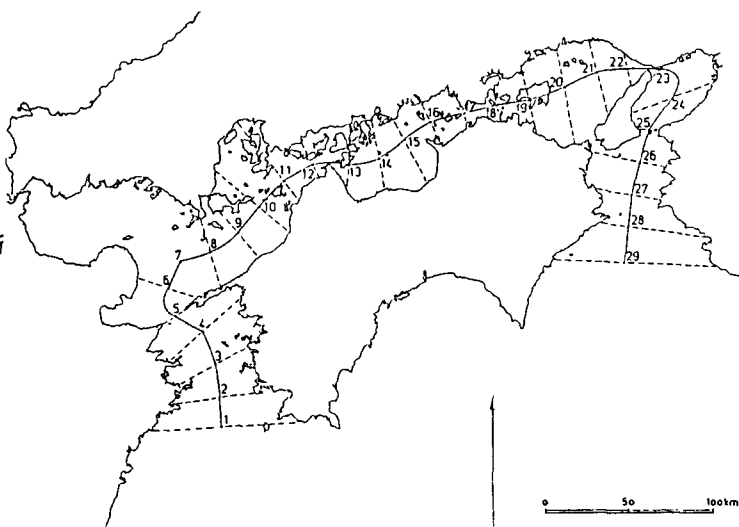


図-1 瀬戸内海と計算座標

境界条件としては、 $C_1 = C_{29} = 0.0$ とし、計算条件としては、 X_1

5点より連続的に $m = 10 \text{ ton/sec}$ の物質の放出があるものとし、定常解になるまで計算を進めるものとする。また、拡散係数については $K = 10^7 \text{ cm}^2/\text{sec}$ で計算領域内で一定値をとるものとする。計算格子間隔は、 $\Delta t = 24 \text{ hr}$, $\Delta x = 20000 \text{ m}$ である。

(2) 計算結果 図-2の実線は速水・宇野木による理論解であり、一点鎖線が 6-point scheme による数値解である。6-point scheme による解は、解がほぼ定常であると見なされるまで繰り返し計算を行ったものである。理論解と比較するとピークがかなりダンピングしている。表-1のクーラン数からわかるように、移流項の影響は小さいと思われるので拡散項の計算に誤差があるものと思われる。数値計算では、数値拡散による誤差は計算を繰り返す毎に蓄積される。この影響を取り除くために、数値拡散係数を $K' = 0.13 \cdot 10^7 \text{ cm}^2/\text{sec}$ と評価し、与えられた拡散係数からこの数値拡散係数を差し引いた値 $K = 0.87 \cdot 10^7 \text{ cm}^2/\text{sec}$ を用いて計算を行った。図中の破線が、その計算結果を示しており、ピーク地点の濃度は同程度の値を有したものととなっている。全体として濃度分布はやや位相誤差を生じてはいるものの、良好な値が得られた。

表-1 断面諸量

	断面値 (km)	流量 (m ³ /s)	流速 (m/hr)	クーラン数
1	22.428	0.7991	0.356	0.00043
2	4.860	0.7994	1.645	0.00197
3	2.928	0.8044	2.747	0.00330
4	3.084	0.8101	2.627	0.00315
5	1.236	0.8186	6.623	0.00795
6	2.475	0.8316	3.360	0.00403
7	2.162	0.8375	3.874	0.00465
8	2.202	0.8413	3.821	0.00459
9	1.899	0.8486	4.469	0.00536
10	1.788	0.8662	4.844	0.00581
11	1.239	0.8934	7.210	0.00865
12	0.705	0.9109	12.921	0.01551
13	0.215	0.9199	42.784	0.05134
14	0.633	0.9260	14.628	0.01755
15	0.810	0.9310	11.494	0.01379
16	0.252	0.9355	37.123	0.04455
17	0.204	0.9514	46.636	0.05596
18	0.195	0.9786	50.186	0.06022
19	0.639	1.0021	15.682	0.01882
20	1.788	1.0160	5.882	0.00682
21	1.131	1.0274	9.084	0.01090
22	0.264	1.0436	39.531	0.04744
23	0.244	1.0556	43.262	0.05191
24	1.377	1.1074	8.042	0.00965
25	0.370	1.1675	31.634	0.03786
26	1.680	1.2023	7.157	0.00859
27	1.884	1.2365	6.563	0.00788
28	3.981	1.2497	3.139	0.00377
29	27.810	1.2528	0.450	0.00054

*単位 $10^7 \text{ m}^3/\text{hr}$

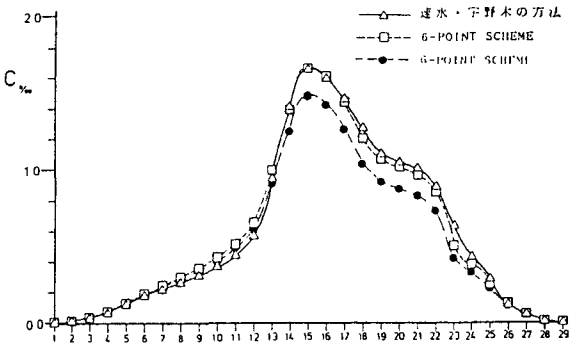


図-2 一次元移流拡散計算結果

4. 結論

瀬戸内海での移流拡散現象は移流による影響よりも拡散による影響が極端に大きいので移流の計算に精度のよい scheme を用いても、その計算結果に反映されないものであることがわかった。また、この瀬戸内海モデルにおいては断面積の急激な変化のため、数値計算にとっては難しい問題でもある。今回は主に拡散項の計算に数値誤差が生じたと思われるが、しかし瀬戸内海をモデルに数値計算を行う場合、数値拡散係数として $K' = 0.13 \cdot 10^7 \text{ cm}^2/\text{sec}$ の値を用いるとほぼ速水・宇野木の理論解と一致することがわかった。今後計算手法の改善に努め又、場所的に最も適した拡散係数を用いて計算を行いたい。

5. 参考文献

- 1) Komatsu, T., Holly, F.M. Jr., Nakashiki, N. and Ohgushi, K. (1985), Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering, 3, No. 2, 15-30
- 2) 速水 頌一郎・宇野木 早苗: 瀬戸内海における海水の交流と物質の拡散, 第17回海岸工学講演会論文集 (1970)