移動床河川の数値計算に関する一考察

九州大学　工学部　正員　朝位孝二
九州大学　工学部　正員　小松利光
佐賀大学理工学部　正員　大串浩一郎

1．はじめに　長期間にわたる河床変動を予測することは治山治水上非常に大切なことである。しかしながら、河床変動は河床形状、流体運動および流砂運動の3者が相互に作用し合う複雑な現象のためその正確な予測は容易ではない。それは物理現象のモデル化のみならず計算モデルも複雑となるからである。ここでは河床変動の基礎式が移流拡散型の方程式になることから特性曲線法を用いた計算例を示す。

2．基礎方程式の特性曲線表示　岩垣[1]に従えば、幅Bの矩形断面を持つ河川における河床変動の式はつぎのように表される。

$$\frac{\partial z}{\partial t}+A'B'\frac{\partial z}{\partial x}=A'B'\frac{dh}{dx}+A'C'\frac{dB}{dx} \qquad (1)$$

ここで、$A'=\dfrac{\alpha' n^{2m+1}g^{m+1/2}Q^{2m+1}}{(1-\lambda)B^{2m+1}h^{13/6}}(h^{-7/3}-h_k{}^{-7/3})^{m-1}$　,$B'=\dfrac{7}{6}\left\{(h^{-7/3}-h_k{}^{-7/3})+\dfrac{2m}{h^{7/3}}\right\}$

$C'=\dfrac{2m}{Bh^{4/3}}$　,$\dfrac{dh}{dx}=J_s-\dfrac{d}{dx}(Q^2/2gB^2h^2)-I_e$,$h_k=(ng^{1/2}Q/Bu_{*c})^{6/7}$

$\alpha'=Kd/[(s-1)gd]^m$,zは基準面からの河床の高さ、hは水深、nはマニングの粗度係数、Qは流量、gは重力加速度、J_sは河床勾配、I_eはエネルギー勾配、λは空隙率、sは砂粒の水中比重、u_{*c}は限界摩擦速度である。また、Kとmはコンスタントな値でそれぞれ10と2 である。

いまBは場所的に変化しないとすると（1）式の右辺第2項は省略され、したがって特性曲線表示は次式の様になる。

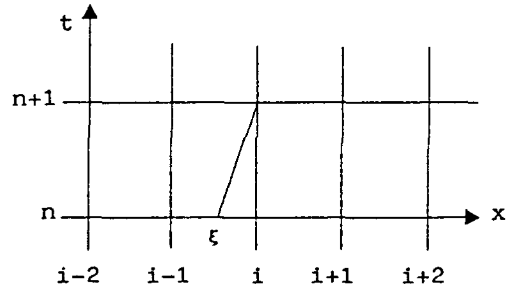
$$\frac{dx}{dt}=A'B' \text{ 上で } \frac{dz}{dt}=A'B'\frac{dh}{dx} \qquad (2)$$

小松ら[2]が提唱した6-point schemeを用いて（2）式を表すと次に様になる。

$$z_i^{n+1}=z_\xi^n+\{A'B'(h_i^n-h_{i-1}^n)/\Delta x\}\cdot\Delta t$$

ここで、$z_\xi^n=f(z_{i-3}^n,z_{i-2}^n,z_{i-1}^n,z_i^n,z_{i+1}^n,z_{i+2}^n,A'B'\cdot\Delta t/\Delta x)$

3．計算結果と考察　モデル計算として次のような場合を考えた。平坦河床で無限に続く広長方形水路上で仮想原点から40mの位置にピークを持つ振幅20cm、波長120mの正弦波の形をしたマウンドがある場合を考える。水路の幅は100m、流量500m³/sec、粗度0.02,エネルギー勾配0.001,河床材料は粒径0.23cmの砂粒子、空隙率0.4である。この場合流れは常流になる。



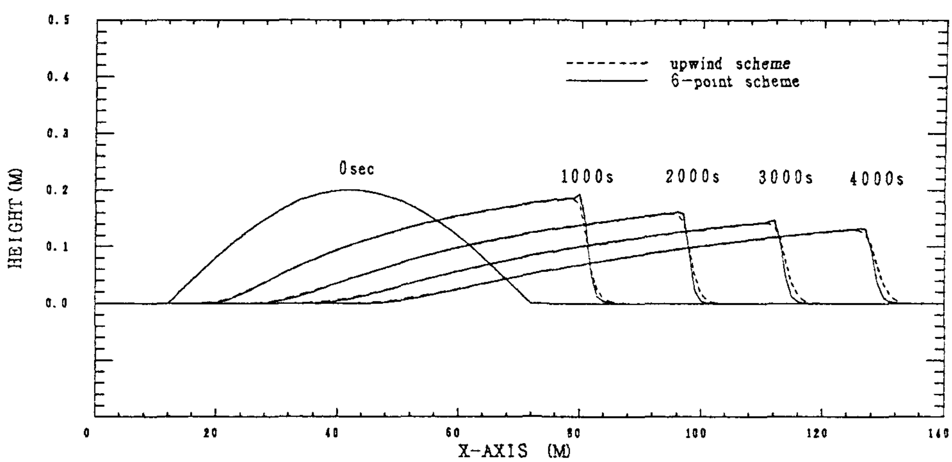
図—1 1次元計算格子

計算の進め方は、ある時間ステップにおいて、等流となっている下流側の適当な位置に等流水深を与え河床形状に基づき不等流計算を行い、その後6-point schemeを用いて（2）式を計算し新しい河床形状を求める。次の時間ステップでは前の時間ステップで求めた河床に基づいて不等流計算を行い、続いて新しい河床形状を計算する。このような手順を繰り返し行う。

不等流計算に当たって、簡単のためエネルギー勾配を一定として計算した。このことについては議論の余地があるがここでは深く立ち入らない。

計算格子間隔は$\Delta x=1m$、$\Delta t=10sec$ であり、境界条件は下流側で等流水深（この場合等流水深は約2mになる）を、上流側で河床高を与える。計算結果を図−2 に示す。比較のため（1）式を直接差分化（風上差分scheme）して求めた結果も示している。

初期の状態で左右対照だったマウンドがduneの形になり下流側に流されて行く様子が分かる。移流計算ではかなりの高精度を持つ6-point schemeと安定ではあるが数値拡散の大きな風上差分の結果に有意の差がでていないのは、計算格子間隔が比較的小さいことと無次元化された河床波の伝ぱん速度（$A'B'\cdot\Delta t/\Delta x$）が小さいため移流項の影響は小さく計算誤差がでにくいものと思われる。また基礎方程式によるとマウンドの頂点では$dh/dx=0$のため侵食も堆積もせず移流だけしていくが、dh/dxの計算は風上差分を用いているためマウンドの頂点では$dh/dx<0$となるので計算を進めていくうちに計算解はダンピングしていく。



図−2 計算結果

4．結論 今回は非常に簡単な場合の河床変動のシュミレーションを行った。しかしながら、このような簡単な場合でも不等流計算において局所的なエネルギー勾配の評価が出来ず、やむなくエネルギー勾配はコンスタントであると仮定した。解析解もしくは実験結果との比較がないので計算解の定量的な評価は出来ないが、定性的には妥当な結果が得られている。しかしながら、実際的な移動床の計算においては定量的な評価が必要である。そのためには精度のよい計算schemeとアルゴリズムを考慮することが大切であるが、運動方程式の解法と抵抗則と流砂量式の精度およびこれら3つの相互の適合性もまた大切である。

5．参考文献

1)Iwagaki,Y.:On the analysis of mechanism of river-bed variation by characteristics, Memoirs,Faculty of Engineering,Kyoto University,Vol.18,No.3,pp.163～171,1956.

2)Komatsu,t.,Holly,F.M.Jr.,Nakashiki,N.and.Ohgushi,K.(1985).Numerical calculation of pollutant in one and two dimensions, Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering,3,No.2,15～30