

波形底面上の波動境界層の解析

熊本大学 工学部 正会員 滝川 清, 田淵 幹修
 熊本大学 工学部 学生員〇五ノ谷 清一, 米村 浩介

1. まえがき

実際の海底面に存在する砂漣の様な大きな粗度をもつ底面近傍においては、流れの剝離、渦の発生、拡散といった独特の乱流場を形成しており、底質の移動機構を解明するためには、このような複雑な変動特性を明かにし、底質に作用する流体力を正しく評価することが必要である。本研究は、波動場において波形底面上に発達する境界層に対して、渦度方程式を対象とした有限要素法解析を行い、境界層内の変動特性に関して検討を加えるものである。

2. 基礎方程式による有限要素法解析

底面に沿って波の進行方向にX軸、鉛直向上にY軸をとり、境界層内の速度成分を各々 u , v とする。Navier-Stokes方程式をY, X方向に微分し差をとると圧力項が消え、式(1)の渦度方程式が得られる。また、渦度、及び流速 u , v と流れ関数 ϕ の関係は式(2), (3)で、左回りを正の渦度とし、式(3)は常に連続の式を満たす。

$$\partial \omega / \partial t + u \cdot \partial \omega / \partial x + v \cdot \partial \omega / \partial y = \nu \cdot \nabla^2 \omega \quad (1)$$

$$\omega = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y \quad (2)$$

$$u = \partial \phi / \partial y, \quad v = -\partial \phi / \partial x \quad (3)$$

式(3)を式(1), (2)に代入すると、 ϕ と ω を未知数とする基礎方程式が得られる

$$\partial \omega / \partial t + (\partial \phi / \partial y \cdot \partial \omega / \partial x - \partial \phi / \partial x \cdot \partial \omega / \partial y) = \nu \cdot \nabla^2 \omega \quad (4)$$

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial y^2 = -\omega \quad (5)$$

ϕ と ω の離散化にGalerkin法を適用し、三角形要素による補間関数を用いて定式化すると、領域 Ω 、境界 Γ 上で、次式の離散化方程式を得る。

$$\int \nabla \delta \omega \cdot \partial \omega / \partial t d\Omega + \int \nabla \delta \omega \cdot (\partial \phi / \partial y \cdot \partial \omega / \partial x - \partial \phi / \partial x \cdot \partial \omega / \partial y) d\Omega - \int \nabla \delta \omega \cdot \nabla \omega d\Omega - \int \nabla \delta \omega \cdot \partial \omega / \partial n d\Gamma = 0 \quad (6)$$

$$\int \nabla \delta \phi \cdot \nabla \phi d\Omega - \int \nabla \delta \phi \cdot \omega d\Omega - \int \nabla \delta \phi \cdot \partial \phi / \partial n d\Gamma = 0 \quad (7)$$

数値計算上、陰解法により置き換えた式(6), (7)から、交互に ω , ϕ を求め、変化率が一定の収束判図内に入れば次の時間ステップに進む。ただし、時間方向に対しては差分法により解析を行っている。

3. 境界条件及び計算結果

境界条件として、境界層外縁には微小振幅波理論による層流の理論解から求めた ω , ϕ を与えているが、滑りのない底面では、渦度の生成があるので底面近傍でTaylor展開をし、 ω を与える。右図の様に点A, 点Bにおける渦度と流れ関数を各々、 (ω_A, ϕ_A) , (ω_B, ϕ_B) とおくと、 ω_B は次式の様になる。尚、 $\phi_B = 0$ である。

$$\omega_B = -3(\phi_A - \phi_B) / \delta y^2 - \omega_A / 2$$

境界条件の設定においては、高Reynolds数の場合には数値的に安定な解を導くために幾つかの問題点があるが、今回のシミュレーションでは表-1に示す様な条件としている。計算領域として、水平方向には隣接する砂漣(波長15.0cm, 振幅1.0cm)谷間二波長の区間、鉛直方向には水底より砂漣波高の4倍の距離をとり、各々20, 10分割している。計算開始時の初期値として層流の理論解を全領域に与え、時刻は入射波の周期の1/200としている。図-2の各図は、水深50.0cm, 周期1.2sec, 波高14.0cmに対する微小振幅波を与えた時の波形(η/H)と流速ベクトルの経時変動をプロットしたものである。図-2.(a)に示す様に、峯と谷が入れ代わる位相($\theta = 2\pi/4$)の直前で砂漣頂部から流れの剝離が起り、砂漣背後に渦が発生する。この渦は、逆向きの加速度が最大になる前後では、頂部へ移

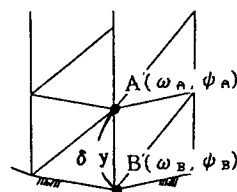


図-1 底面渦度の処理

表-1 境界条件

	側方	上方	底面
ϕ	ϕ_L	ϕ_U	0
ω	ω_L	未知数	ω_B

ϕ_L, ϕ_U : 層流理論解
 ω_B : 図-1参照

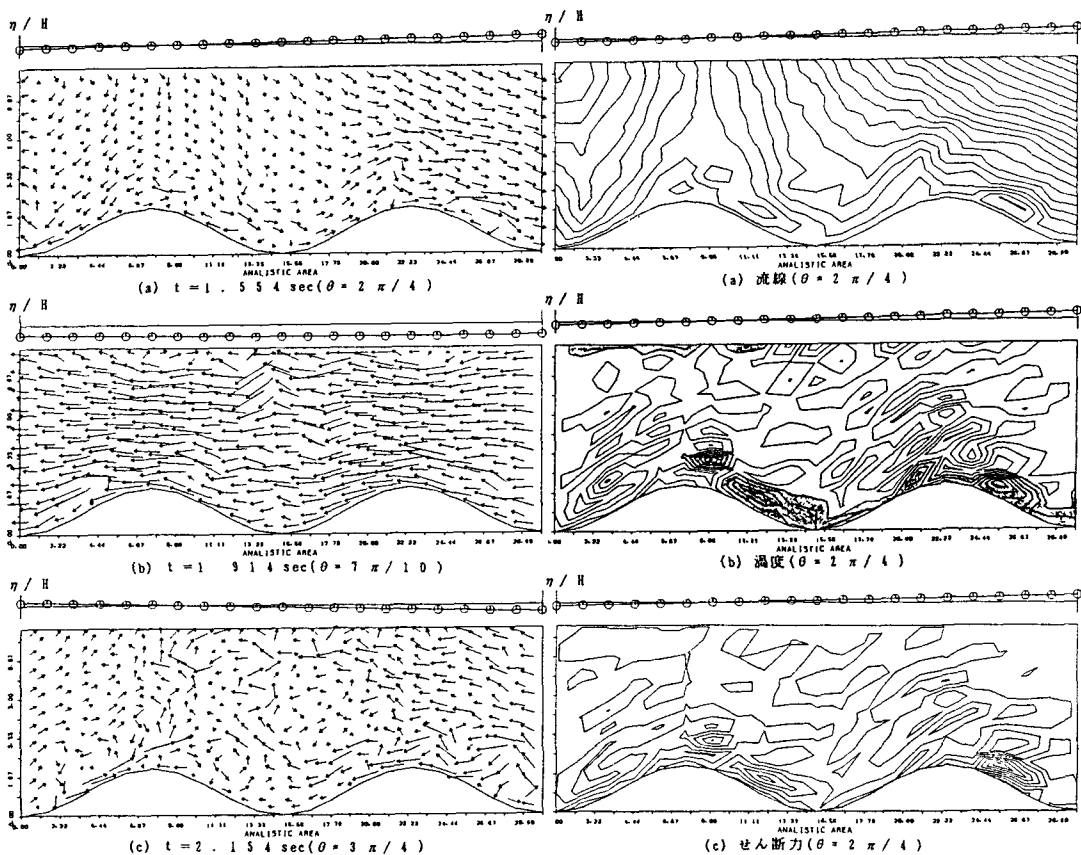


図-2 波動場の流速ベクトル

図-3 流線、渦度、及びせん断力の分布図

動する。図-2・(c)に示す渦は、流れの逆転により上流側に引き戻されたり、上方へ放出されるなどして崩壊し、砂漣上の波動境界層の乱れ成分となる。その後、波峰、あるいは波谷の接近に伴い流速が増加する場合、新たな渦の生成は認められない。再び流速の減少期に入ると前述と同様の現象が繰り返される。図-3の各図は、図-2・(a)の時刻での流線、渦度、及びせん断力の分布図である。渦度の分布図において、濃い部分は負の渦度である。流線からも底面近傍で渦が発生し、複雑な流況を呈していることが分かる。また、渦の発生から成長期に渡っての位相においては、渦度の最強点は砂漣頂部から下流側斜面中点にかけて位置し、ほぼせん断力の分布と相似である。これは、実際の砂浜によく見られる非対称砂漣の形成や漂砂の移動量に寄与している。Inmanらの考えに従えば、漂砂現象の支配的要素は砂漣に発生、発達する渦であることを示唆し、野田らも実験的研究⁽¹⁾により、同様の結論に達している。今回の計算では上方境界で流れ関数値を与えているので、計算領域で生成された渦が拡散し切れない状態(図-2・(b))が認められ、境界処理に多少の改良の余地がある。

4. おわりに

波動場における波形底面上の境界層を対象に有限要素法解析を行った結果、実験的に観察される流況が良く計算され、解析方法の妥当性を示すことが出来た。本報告では、初期条件、及び両側の境界値として線形層流解を用いたが、別途計算された有限要素法による有限振幅波動解⁽²⁾を用いることも可能であり、現在解析検討中である。境界条件の設定に対する検討や他の結果と合わせ、詳細は講演時に発表予定である。

<参考文献>

- (1) 野田英明, 松原雄平: 汀線に直角方向の漂砂, 第25回海岸工学講演会論文集, pp. 246 ~ 249, 1978
- (2) 滝川 清, 田淵幹修: 有限要素法による波の変形に伴う底部波動境界層の解析, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 21 ~ 25, 1985