放物形方程式による波浪場の数値計算

鹿児島大学　大学院工学研究科　又野康治
工学部　正員　佐藤道郎　西隆一郎

1．まえがき

波の屈折と回折を同時に計算できる方程式はBerkoff(1972)によって初めて導かれ緩勾配方程式として知られている。この方程式は本来数値的に解きにくい楕円型方程式であるがRadder(1979)によって数値的にたいへん解きやすい放物形方程式に近似されてからこの分野の研究が盛んに行われている。

ところで波モデルを海浜流などの計算に用いる場合は砕波減衰の効果を含む波の場の計算が必要となってくる。本研究ではKirby and Dalrymple(1986)によって示された砕波帯での波高減衰の効果を含んだ放物形波モデルをもとに数値計算を行いその精度や適用性について検討する。

2．基礎方程式

Dally et al. は砕波帯での波エネルギー減衰は stable value に対するエネルギーフラックスの超過分に比例することを提案し、次のようなエネルギー減衰モデルを示した

$$\frac{\partial}{\partial x}(EC_g) = -\frac{K}{h}[EC_g-(EC_g)_s \tag{1}$$

ここで　h:水深　k:定数　$(EC_g)_s$:水深hでの砕波に対するstable energy flax, H:波高　E:波のエネルギー

Kirby and Dalrymple(1986)は、Dalrymple et al.(1984)が示したエネルギー減衰を考慮した放物形方程式に上で示した減衰モデルを適用して次に示すような砕波による波高減衰を含む放物形方程式を示した。

$$A_x - i(k-k_0)A + \frac{1}{2C_g}C_{gx}A - \frac{i}{2C_g\omega}(CC_gA_y)_y + wA = 0 \tag{2}$$

ここで添え字x,yは微分を表す。A(x,y)は次式に示すような定常な波の場$\eta(x,y)$の複素振幅である。

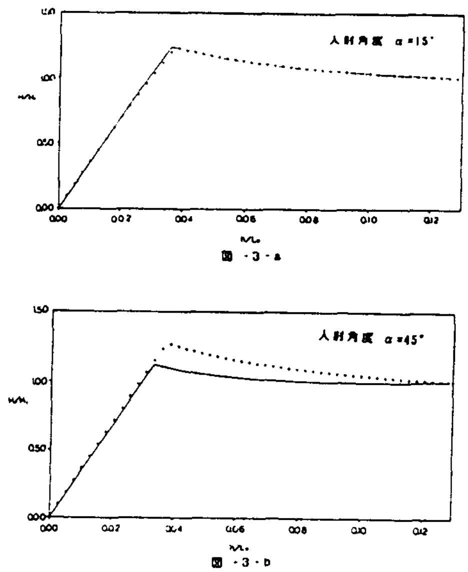
$$\eta(x,y,t) = \mathrm{Re}\{A(x,y)\,e^{i(k_0x-\omega t)}\} \tag{3}$$

また

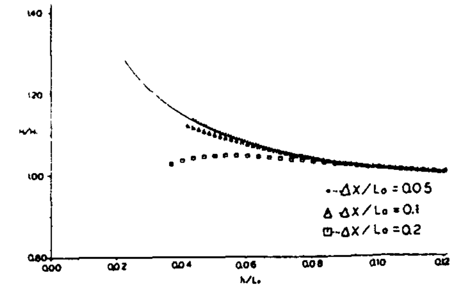
$$w = \frac{K}{2h}\left(1-\frac{\gamma^2h^2}{4|A|^2}\right) \tag{4}$$

3．数値計算及び結果と考察

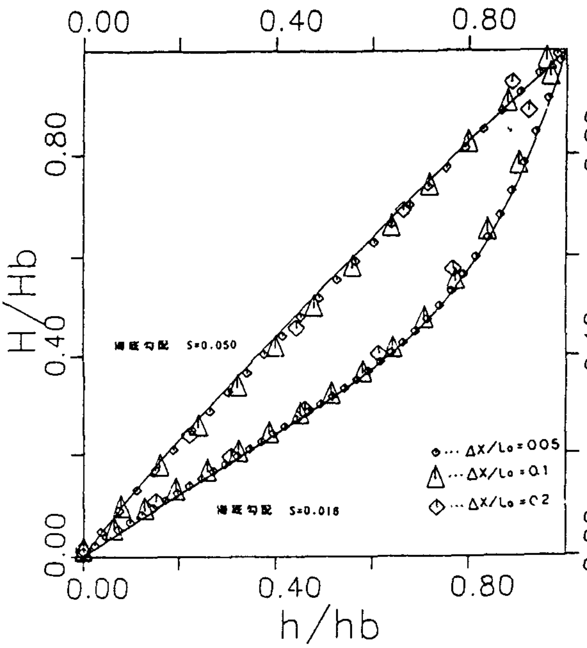
ここでは、波の浅水変形、砕波変形、屈折について計算結果と理論解との比較を示す。
浅水変形の計算精度については一様な勾配を持つ斜面上を汀線に直角に入射する波について計算格子間隔ΔX と斜面勾配S を変化させ検討した。図-1にS=0.015、ΔX/L =0.05,0.1,0.2のときの結果を示す。図中の曲線は、微小振幅理論による理論解である。格子間隔が狭いほど精度は良い。斜面勾配による違いは見られなかった。砕波変形についても同様に一様斜面に直角に入射する波について



図－3　屈折



図－1　浅水変形



図－2　砕波変形

ΔX/L とSを変化させ式(1)の解析解と比較した。図-2にS=0.016,0.05,ΔX/L = 0.05,0.1,0.2のときの計算結果と理論曲線を示すが、いずれの場合も理論との一致は良いようである。屈折についてはS=0.05,ΔX/L =0.05として波の入射角が15°と45° の場合について計算を行った。
(2)式の放物形方程式では波の場をX軸方向に進む波近似してあるので波向きがX軸方向からずれると誤差を生じる。
図3-a,bにはそれぞれ入射角が15°と45°のときの結果を示してあるが、15° のときには良く一致しているものの、45° ではずれが大きくなっている。

4．おわりに

現在、モデルの適用性について球面浅瀬等を用いた実験による検討などもおこなっており、結果については当日発表させていただきます。