ＢＥＭによる発破振動の波動伝播特性の解析

熊本工業大学　正員　○上杉　真平
熊本大学工学部　正員　大津　政康

１．はじめに

地表面に近いところや地山が軟らかい場合を除けば、従来より発破工法は坑道掘削の有効な手段の一つである。しかしながら、発破現象には不明な点が多く、このため発破の際には経験的に安全率を十分大きく取った設計が行われるのが実情である[1]。本研究では、弾性波動問題の分野で既に多くの成果を上げている３次元領域における境界要素法[2),3)]を発破振動の波動伝播特性の解析に適用し、坑道およびその周辺地盤への発破の影響について検討した。

２．定式化

３次元Ｅuclid 空間内に均質で等方な線形弾性体を考え、物体力は無いものと仮定すると３次元弾性定常波動場の支配方程式は次のNavierの式で表される。

$$\mu u_{i,jj}(x)+(\lambda+\mu)u_{j,ji}(x)+\rho\omega^2 u_i(x)=0 \tag{1}$$

ここで、u_i は変位，ωは円振動数，ρは密度，λ，μはLaméの定数であり、下付指標は総和規約に従うものとする。

いま、問題の領域Ｄの境界をＢとし、全変位場ｕが入射場u^Iと散乱場u^Sの和の形で表されるものと仮定してGauss の公式を用いると全変位場ｕに対する積分表現が次のように得られる。

$$\int_B U_{ij}(x,y)t_j(y)dB-\int_B T_{ij}(x,y)u_j(y)dB + u_i{}^I(x) = u_i(x) \tag{2}$$

式（２）において、$x\in D \rightarrow x\in B$ なる極限移行操作を行うことにより、次のSomiglianaの式として知られる境界積分方程式が得られる[4]。

$$C_{ij}(x)u_j(x)=\int_B U_{ij}(x,y)t_j(y)dB - ⨍_B T_{ij}(x,y)u_j(y)dB + u_i{}^I(x) \tag{3}$$

ここに、⨍・dBはCauchyの主値の意味での積分を表し、$C_{ij}(x)$は極限移行操作の際に現れる二重層核の自由項の係数で、境界が滑らかであれば$\delta_{ij}/2$である。また、$U_{ij}(x,y)$および$T_{ij}(x,y)$は式（１）の基本解であり、３次元領域においては次のように求められている。

$$U_{i,j}(x,y)=\frac{1}{4\pi\mu}\quad\frac{\exp(ik_T r)}{r}\delta_{ij}+\frac{1}{k_T^2}\{\frac{\exp(ik_T r)}{r}-\frac{\exp(ik_L r)}{r}\}_{,ij}] \tag{4}$$

$$T_{i,j}(x,y)=-\{\lambda U_{jm,m}(x,y)\delta_{ik}+\mu U_{ji,k}(x,y)+\mu U_{jk,i}(x,y)\}n_k \tag{5}$$

ただし、δ_{ij}は Kroneckerのデルタ，ｎは境界上の外向き単位法線ベクトルであり、また，$k_T=\omega/C_T$ と$k_L=\omega/C_L$ は横波と縦波の波数である。

式（３）において変位ｕおよび表面力ｔが内挿関数N_pを用いて$u_i=N_p u_{ip}$，$t_i=N_p t_{ip}$と表されるものと仮定し、２次アイソパラメトリック要素を用いると次のように離散化された解式を得ることができる。

$$D_{ijqp}u_{jp}= G_{ijqp}t_{jp} + u_{iq}{}^I \tag{6}$$

ただし、

$$G_{ijqp}=\Sigma\int\quad U_{ij}(x,y)N_p\, dB$$
$$D_{ijqp}=\Sigma\int_{\Delta B}^{\Delta B} T_{ij}(x,y)N_p\, dB+C_{ij}(x)\delta_{qp}$$

である。よって、式（６）で得られる代数方程式を解くことにより式（１）の解を求めることができる。なお、ここでは、上式の数値積分はGaussの４点積分法によって評価している。

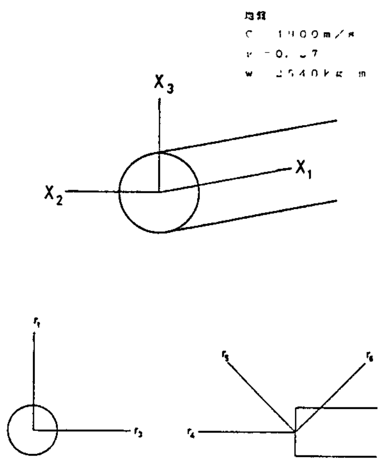
３．　数値解析例

ここでは、発破振動を爆点から放射される進行波による３次元弾性波動場における散乱問題とみなし、Ｐ

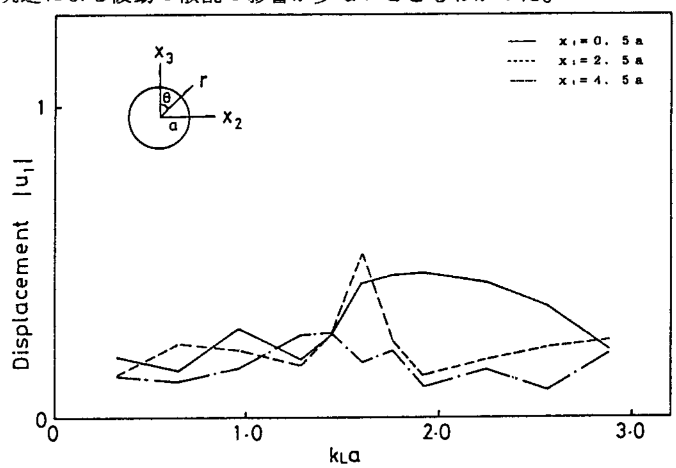
波が卓越するものとして次のような球面波で表されるような入射場を仮定した。

$$u^{I}(r)=\frac{1}{r}\exp(-ik_{L}r)\quad ,\quad r=|x|$$

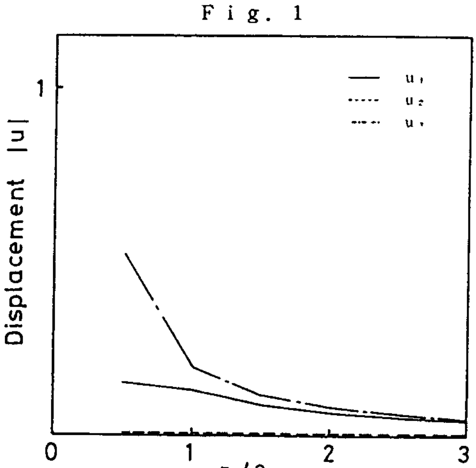
発破振動における解析モデルをＦｉｇ．１に示す。ここでは、坑道を半径ａの円筒形の空洞とみなし、また、一般に発破掘進法の適用が地表への影響が小さい比較的深い箇所に限られることから無限領域内の問題として扱っている。なお、計算においては１１７節点，３６要素に分割して行っている。まず、Ｆｉｇ．２に発破源の振動数を変えて坑道天頂部の応答変位を計算した結果を示すが、ｆ＝５００Ｈｚ近傍で応答が卓越していることがわかる。そこで、この時（波数：k_L＝０．６４２，振動数：ｆ＝５００Ｈｚ，波速：C_L＝４９００ｍ／ｓ，波長：L_L＝９．８ｍ）の周辺地盤における応答変位を計算したが、発破源の近傍では値が大きくなっているが、発破源から離れるに従って小さくなり、直径の３倍以上離れると発破の影響はほとんど無くなることがわかった。また、Ｆｉｇ．３，４に示すように、切羽面前方r_5方向と切羽面後方r_6方向の応答の傾向はよく似ており、坑道による波動の散乱の影響が少ないこともわかった。



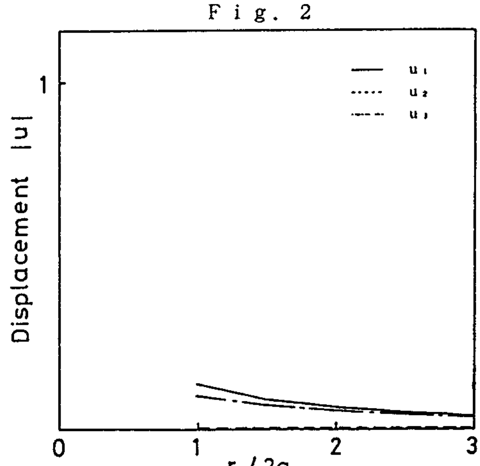
Ｆｉｇ．１



Ｆｉｇ．２



Ｆｉｇ．３



Ｆｉｇ．４

参考文献　1）工業火薬協会編：発破ハンドブック，1976．2）中川克也，北原道広，浜田政則：３次元弾性波動問題への積分方程式法の応用，境界要素法論文集，第１巻，pp.163-168，1984．3）北原道広，中川克也：積分方程式法による３次元Inclusion 問題の解析，境界要素法論文集，第３巻，pp.135-138，1986．4）北原道広：弾性波動問題への応用，境界要素法の応用，第２章，コロナ社，1987．