

境界要素法によるスロッシング波高の計算

九州共立大学 工学部 正員 小 坪 清 真
 九州工業大学 工学部 正員 ○高 西 照 彦
 九州工業大学 工学部 正員 多 田 浩

1. まえがき 著者等は前論⁽¹⁾において、長方形液体貯槽が水平方向の強制変位をうけたときに生ずる液面動揺(スロッシング)の時間的発達過程を、BEM(境界要素法)を用いて解析し、数値計算によって得られた結果と模型水槽を用いた実験結果とがよく一致することを示した。本論ではBEM解析の適用対象を図-1に示すような台形液体貯槽に選んで、長方形の場合と同様な数値解析を行った。

2. BEMによる解析理論 いま、図-1に示すように2次元台形液体貯槽が強制変位 $a(t)$ を受ける場合を考える。液体は完全流体であり、その運動は非回転であるとすれば、流体の運動を支配する微分方程式は式(1)で表される。式(1)において $\phi(x, y, t)$ は速度ポテンシャルであり、 x, y 方向の流体の速度を u, v とすれば、それは式(2)によって与えられる。境界条件は、図-1の Γ_1, Γ_2 においてそれぞれ式(3), (4)のように表される。式中、 $\eta(x, y, t)$ は自由液面変位、 n は境界における外向き法線、 n_y は n の方向余弦、 g は重力の加速度を表す。図-1の台形貯槽内溶液の境界を図-2に示すように有限個の要素に区分し、要素内では ϕ, η 等は線形変化をすると仮定する。式(1), (3), (4)をグリーンの公式を用いる定式化の手法(通常のBEMの手法)に従って定式化すれば、 A, B, C, D を係数行列、 E を定数ベクトルとして式(5)に示すような連立方程式が得られる。式中、 $\Phi = (\phi_1 \phi_2 \dots \phi_N)^T$, $H = (\eta_1 \eta_2 \dots \eta_N)^T$ であり、 T は転置を表す。また、上付添字 $\cdot$ は時間に関する微分を表す。いま時間ステップ Δt は小さいとして ϕ 及び η の増分を $\Delta \phi, \Delta \eta$ とすれば ϕ 及び η は式(6)のように書くことができる。さらに、 ϕ 及び η は Δt の間では線形変化をするとすれば、 $\dot{\phi}$ 及び $\dot{\eta}$ は式(7)のように表される。同式中、下付添字 0 は Δt 時間前の値を表す。式(6), (7)を式(5)に代入して整理すれば、台形貯槽の水平方向強制変位による内容液の動的応答を求める方程式が得られて、式(8)のように表される。式(8)の係数行列 F_{ij} には ϕ 及び η が含まれているので、同式は $\Delta \phi, \Delta \eta$ に関する非線形の連立方程式となる。中山等⁽²⁾は F_{ij} 中の ϕ, η を ϕ_0, η_0 で近似することによって、式(8)を線形方程式に置換して解いているが、本論では、繰返し計算を行うことによって、式(8)の非線形性を考慮した解を求めた。さて、台形貯槽の場合が長方形貯槽の場合と異なり、その内容液の運動を求める解法が後者に比べて面倒になるのは、図-1に示すように、台形の側壁が点Rにおいてその角度が変化するためである。そのため、壁面に接する自由液面は点Rで方向を変えて、それ以後は壁面RTに沿って上昇或は下降しなければならない。このように液面の上下運動に伴って境界における幾何学的形状が変化する場合の液面応答を求めるのに、本論では次のような考え方に従ってその数値解析を行った。すなわち、① まず式(8)を解いて自由液面変位の微小変化 $\Delta \eta_{i(1)}$ ($i=1, 2, \dots, M$)を求める(図-3参照)。② 次に、 $\eta_i = \eta_{i0} + \Delta \eta_{i(1)}$ として Δt 後の液面変位を算出する。自由液面上の各節点の Δt 後の y 座標の第1次近似値を $y_{i(1)} = \eta_i$ によって定める。節点の x 座標は次のようにして定める。③ まず自由液面上の左側端点

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0, \quad \Omega \text{ 内} \dots \dots (1)$$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \dots \dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \phi^2}{\partial x} + \frac{\partial \phi^2}{\partial y} \right\} \\ + \frac{d^2 a}{dt^2} x + g \eta = 0, \quad \Gamma_1 \text{ 上} \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = n_y \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad \Gamma_1 \text{ 上} \end{aligned} \right\} \dots \dots (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \quad \Gamma_2 \text{ 上} \dots \dots (4)$$

$$A \Phi + B \dot{\Phi} + C H + D \dot{H} = E \dots \dots (5)$$

$$\phi = \phi_0 + \Delta \phi, \quad \eta = \eta_0 + \Delta \eta \dots \dots (6)$$

$$\dot{\phi} = 2 \frac{\Delta \phi}{\Delta t} - \dot{\phi}_0, \quad \dot{\eta} = 2 \frac{\Delta \eta}{\Delta t} - \dot{\eta}_0 \dots \dots (7)$$

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \Phi \\ \Delta H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} \dots \dots (8)$$

である節点M (図-3参照) の Δt 後の位置を壁面RT上でそのy座標が $y_{n(i)}$ に等しくなる点M(1)として選ぶ。④ 自由表面上の右側端点である節点1の Δt 後の節点1(1)もM(1)と同様にして定める。⑤ 次に、自由液面上の他の節点iに対する Δt 後のx座標は節点1(1)、M(1)間をM-1等分する点のx座標としてこれを定める。このようにすれば自由液面上の節点の Δt 後の位置がすべて定められたことになる。 Δt 後の自由液面形の第1次近似が求められたことになる。以下、新しく得られた各節点の座標値を用いて①～⑤の手順を繰り返す。そして①において得られた $\Delta \eta_{i(n)}$ が十分小さくなったところで解が収束したとみなして、次の時間ステップに進む。

3. 数値計算結果及び考察 計算の対象とした台形貯槽の大きさは、図-1において $l=0.5\text{m}$, $BR=0.14\text{m}$, $\theta=45^\circ$ である。水深は $H=0.149\text{m}$ である。模型貯槽を用いた実験によれば、このときのスロッシングの固有振動数は 1.106Hz であった。なお、FEMによる計算値は 1.102Hz である。FEMで採用した節点数は $N=25$, 要素数25, 自由液面における節点数は $M=11$ である。入力は振幅 0.1488cm , 振動数 1.106Hz (模型貯槽の固有振動数)の正弦波である。計算によって得られた左端節点における自由液面の時刻歴応答を図-4の実線で示した。同図の点線は模型貯槽による実験結果を示したものである。実験においては自由液面の応答をビデオテープに記録し、これを肉眼で読み取ったので、この読み取りの際に生ずる誤差のために、図中の自由液面の時刻歴応答曲線の滑らかさが多少損なわれているところがある。実験結果と計算結果とを比べると自由液面の高さが 2cm 程度までは両者は比較的良好に一致しているといえる。自由液面の高さが 2cm を越えると両者の差が大きくなり、FEMによる計算値は収束しなくなる。その原因は2.の解析理論に於て ϕ 及び η の微小時間 Δt における変化を評価するとき、 ϕ 及び η の増分は空間座標 x, y と時間 t の関数であるにもかかわらず、これを時間 t のみの関数と仮定していることにあるものと思われる。 ϕ 及び η の Δt 時間における増分を x, y, t の関数として評価する解析法については、現在計算中であり、その結果については別の機会に発表する予定である。

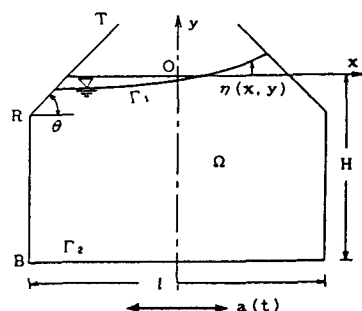


図-1 2次元台形液体貯槽と座標系

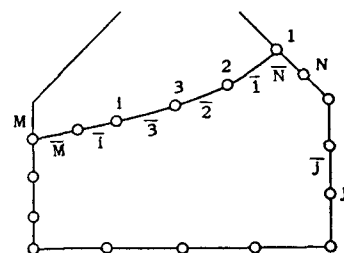


図-2 境界要素と節点

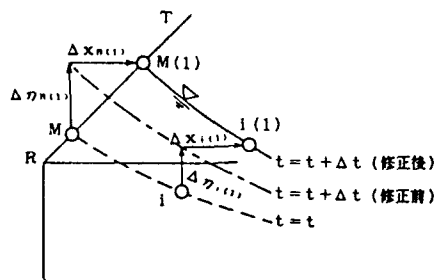


図-3 自由表面波形の修正

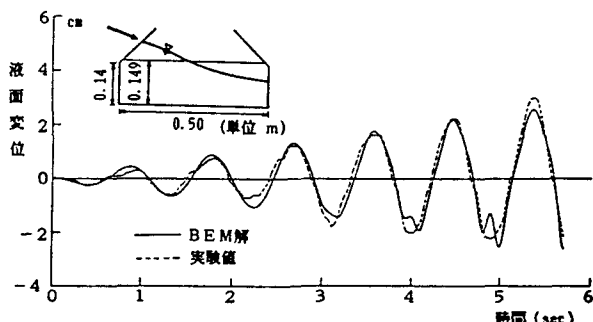


図-4 BEM解と実験値との比較 (正弦波入力)

- (1) 小坪清真他: 境界要素法による液体貯槽の動的応答解析, 土木学会西部支部研究発表会, 1988. 3.
- (2) Nakayama, T. and Washizu, K.: The boundary element method applied to the analysis of two-dimensional nonlinear sloshing problems, Int. J. num. Meth. Engng., vol. 17, 1981.
- (3) 小坪清真・高西照彦・多田浩: 振動台実験による台形貯槽内容液の2次元動特性, 土木学会第43回年次学術講演会, 1988. 10.