

周波数領域多自由度曲線適合による道路橋の動特性推定

長崎大学大学院 学生員○龍 博志 長崎大学工学部 正 員 岡林 隆敏
長崎大学工学部 正 員 小西 保則 長崎大学工学部 学生員 北山 良

1. はじめに

橋梁の耐風安定性、都市高速道路の防振対策さらに既設橋梁の損傷診断において、より高い精度の振動特性の推定、あるいは、短時間に橋梁を計測するシステムの開発が求められている。著者らは、この方法として、衝撃加振法⁽¹⁾を提案してきた。衝撃加振法では、振動特性を推定する同定理論の手法として、測定より求められた伝達関数に線形振動理論より得られる伝達関数を曲線適合させ、振動特性を推定する方法を用いて、実橋実験では、実測データに含まれる観測雑音が推定誤差の主要原因となる。本研究では、衝撃加振シミュレーションにモード円適合法⁽²⁾、多自由度曲線適合法⁽³⁾を適用し、SN比に対する推定誤差の傾向を調べ、各推定法の有効性を検討したものである。

2. 衝撃加振シミュレーションの方法

図-1は、衝撃加振法を示したものであり、図-2のようなトラスランガー橋を対象として、有限要素法により、図のような12自由度系の離散を構成する。このモデルの7次振動までの固有振動数と、仮定した各次数の減衰定数を表-1に示した。シミュレーションのフローチャートを

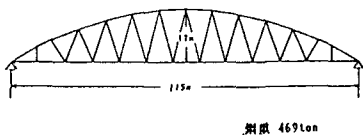


図-2 シミュレーションモデル

図-3に示した。一般粘性減衰系の方程式は、(1)式で表される。

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = f(t) \quad (1)$$

$$x = \Phi q(t) \quad (2)$$

ここに Φ は、モード行列である。応答解析は、Runge-Kutta法を用いて計算する。観測雑音は、正規乱数を用いて、0~20Hzに帯域制限された白色雑音として発生させる。SN比は、雑音のパワー σ_n^2 と応答の実効値 $\sigma_y^2 = y^2_{rms}/2$ と雑音の比で定義する。

3. 周波数領域多自由度曲線適合法について

ある周波数範囲 $\omega_l \leq \omega \leq \omega_u$ に n 個の共振点を有する線形多自由度系のコンプライアンスは、近似的に、

$$G(\omega) = \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{U_r + j V_r}{j(\omega - \omega_{ar}) + \sigma_r} + \frac{U_r - j V_r}{j(\omega + \omega_{ar}) + \sigma_r} \right\} - (C + j D) / \omega^2 + E + j F \quad (3)$$

で表される。ここに、 C, D, E, F は、周波

表-1 シミュレーションモデルの振動特性

数範囲外からの影響を表示するための定数である。(3)式に実測のコンプライアンスを曲線適合させることにより、 $\omega_{ar}, \sigma_r, U_r, V_r, (r=1 \sim n)$ および C, D, E, F の $4n+4$ 個のパラメータを決定する。ここで推定するパラメータを α で表す。

$$\alpha = \{ \omega_{a1}, \dots, \omega_{an}, \sigma_1, \dots, \sigma_n, U_1, \dots, U_n, V_1, \dots, V_n, C, D, E, F \}^T \quad (4)$$

実測のコンプライアンスを G_1 、対応する(3)式のコンプライアンスを α の関数として $G_2(\alpha)$ で表す。 m 個

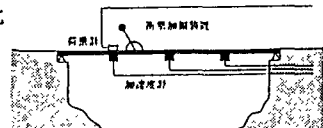


図-1 衝撃加振法のモデル

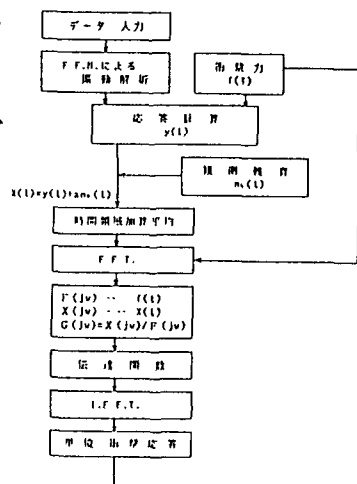


図-3 シミュレーションの方法

の測定点における残差ベクトルは、

$$\mathbf{H}(\alpha) = \mathbf{G}(\alpha) - \mathbf{C} \quad \text{-----}(5)$$

パラメータ α は(3)式において非線形であるので非線形最小二乗法により

$$\varepsilon = \mathbf{H}(\alpha)^T \mathbf{H}(\alpha) \quad \text{-----}(6)$$

を最小とする α を決定する。ここでは、 α を微小変化 $\alpha + \Delta \alpha$ させ、 $\Delta \alpha$ についての線形化した最小二乗法を用いる。数値的に安定に解くために次式 $(\mathbf{B}^T(\alpha)\mathbf{B}(\alpha) + \nu^2 \mathbf{I}) \cdot \Delta \alpha = -\mathbf{B}^T(\alpha)\mathbf{H}(\alpha) \quad \text{-----}(7)$

の ν を $\Delta \alpha$ の値により適応的に変化させ α を求める Marquardt 法を用いる。ここに $\mathbf{B}(\alpha) = \partial \mathbf{H}(\alpha) / \partial \alpha$ である。また、数値誤差を小さくおさえる算法として正規方程式でなく次の等価な方程式をHouseholder変換を用いて解く。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}(\alpha) \\ \nu \mathbf{I} \end{bmatrix} \Delta \alpha = - \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{-----}(8)$$

4. 各推定法による結果と考察

図-4、図-5は、SN比を、0~20(%)まで5%ごとに増加させた場合の、固有振動数と減衰定数の推定誤差を示したものである。モード円適合によれば、固有振動数は、SN比が増大すると誤差が増加する傾向があるが、3%以内と良い推定ができる。多自由度曲線適合を行なうと、4次振動が1%ほどの誤差が見られるが雑音に影響されず、これらは高精度の推定をしている。減衰定数については、モード円適合では、SN比が増大すると誤差の増加が顕著になる。それでも1次~3次振動、7次振動については誤差50%以内と良い推定である。

さらに、多自由度曲線適合を行なうと、SN比が増大しても、1次~3次振動については、誤差5%以内であり、4次~7次振動についても誤差に変動があるものの、40%以内と高精度の推定をしている。図-6は、SN比20%の場合の多自由度曲線適合によるモードの推定結果で●が推定値を示している。高次振動についてわずかに誤差が出るが、ほとんど真のモードを推定している。各パラメータとも多自由度曲線適合を行なうことにより高精度の推定が可能である。高次について誤差が増加傾向にあるのは、高次振動では、相対的に低次振動より振幅が小さくなるためである。

図-6 モードの推定誤差

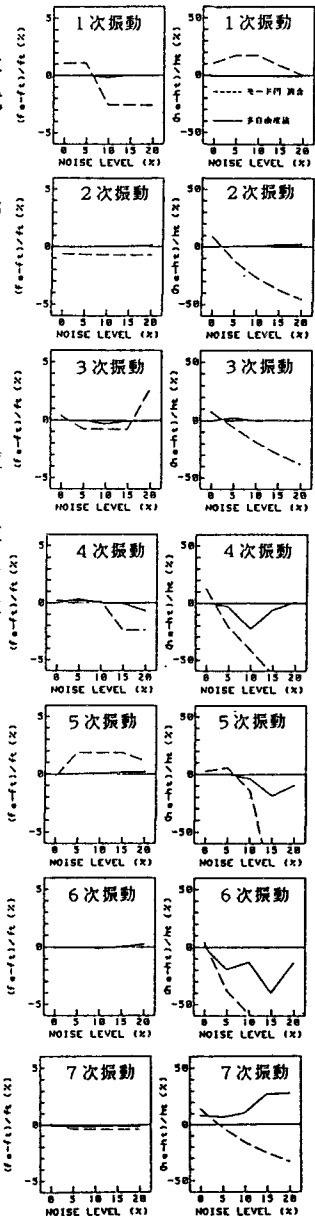


図-4 振動数 図-5 減衰定数の推定誤差

〔参考文献〕(1)岡林,原,梶川,沖野:

62年土木学会第42回学術講演会。(2)長松:モード解析,培風館。(3)中川,小柳:最小二乗法による実験データ解析,東京大学出版会