

面内対称加振を受けるケーブルの逆対称分岐応答

長崎大学工学部 学生員 ○白石隆俊

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

1. まえがき ケーブルに現われる振動問題は、非常に多岐にわたり、興味深い現象が見受けられる。最近においても、固有振動特性、モード減衰、非線形振動、係数励振振動、カオスなどが解析されている。その一例として、藤野らは、風洞実験において、8字型ケーブルがギャロッピングを起こしたとき、発現モードが対称から逆対称へ転移することを確認している¹⁾。また、実際のケーブルの空力不安定振動においても観測されている。藤野らはこの問題をモードのエルゴード性(モードのエネルギー転移)としてとらえ、モード間の非線形連成とモードのエルゴード性との関係についてコンピュータシミュレーションを用いて調べている。一方、著者ら²⁾は、この問題を面内対称加振による逆対称分岐応答(係数励振振動)としてとらえ、ケーブルには逆対称振動が生じる不安定領域が存在することを示し、安定・不安定境界線上における対称および逆対称振動の応答を求めている。エルゴード性の問題を、この不安定領域におけるケーブルの応答と考えれば、現象の説明ができる。そこで本論文では、分岐応答(係数励振振動)の観点から、この問題を見直し、逆対称振動の発生領域内のモード間の連成現象を時間応答解析によって評価するものである。

2. 解法 面内対称加振を受ける水平ケーブルの面内対称1次振動の基準座標をP、逆対称1次振動の基準座標をQとすれば、次のような運動方程式が得られる²⁾。

$$\ddot{P} + a_1 P + b_1 Q^2 + c_1 Q^2 P + d_1 P^2 + e_1 P^3 = f_1 p \cos \omega \tau \quad (1)$$

$$\ddot{Q} + a_2 Q + (b_2 P + c_2 P^2 + d_2 Q^2) Q = 0 \quad (2)$$

ここに、 $a_1 \sim f_1$ 、 $a_2 \sim d_2$ ：ケーブルのサグ比 γ 、縦波一横波伝播速度比 k で定まる定数、 p ：分布荷重強度。なお、P、Qはスパン長 l で無次元化されている。

式(2)は同次方程式となっており、しかも $Q=0$ ならば式(2)は満足される。 $Q=0$ のとき、式(1)はPのみの方程式であり、 $P \neq 0$ なる付随型の解が得られる。しかし、式(2)のQの係数にPの項が含まれるために、Pが周期振動($P=A \cos \omega \tau$)する場合には、係数が ω (Pより)、 2ω (P^2 より)の円振動数をもつ励振力で変動する係数励振振動型の方程式となる。したがって、特定の振動数領域で、Qがゼロ以外の値をもつ逆対称分岐応答が存在する。微小振動の範囲($Q < 0.001$)ならば、非線形項 $d_2 Q^3$ は無視できるので、式(2)は係数励振振動の方程式となる。このとき、もし外力が持続すれば不安定領域では、逆対称振動は時間とともに増大する。振幅が大きくなると非線形項($d_2 Q^3$)が効いてきて、振幅は有限となる。しかし、ケーブルの場合には、Qの項がPの微分方程式(式(1))の直接項($b_1 Q'$)および係数項($c_1 Q'P$)として入っているために、Qが励振されるとPに関する振動特性が変化してくる。したがって、 $A \cos \omega \tau$ という入力を持続しなくなるので、Qの成長は抑えられ、PとQの自由度間の干渉が生じる。つまり、ケーブルの剛性がたわみによって変化する特性が現われてくることを示すもので、はり、平板構造物の係数励振振動とは異なる挙動を示唆するものである。

3. 応答の種類とアプローチ法

以上のような応答の分類に対して、とるべきアプローチ法のまと

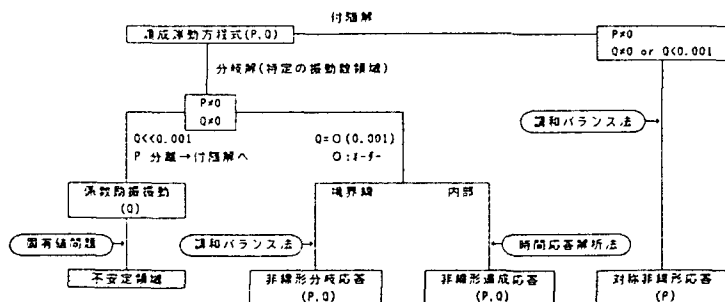


図-1 応答の分類とアプローチ法

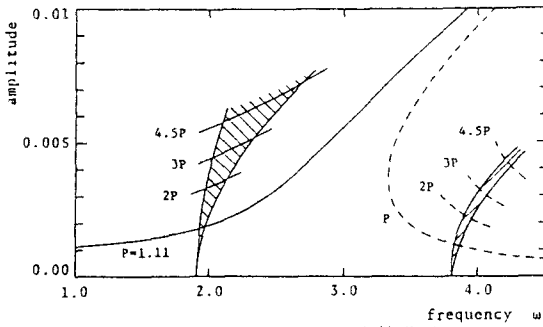


図-2 $\gamma=0.10$ の応答曲線

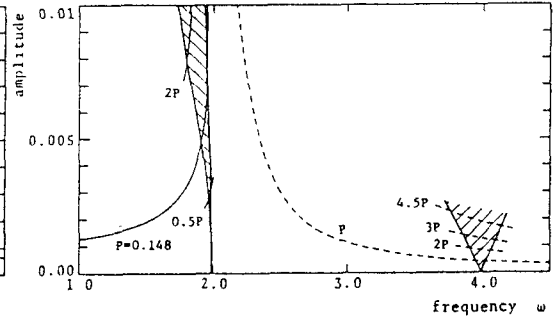


図-3 $\gamma=0.03$ の応答曲線

めを図-1に示す。対称非線形応答、係数励振振動および安定・不安定領域の境界線の非線形分岐応答については、文献2)に非線形振動論および境界線が周期 T および $2T$ の解をもつというFloquetの理論を用いた解法が示されている。したがって、本研究で新たに展開が必要な事項は、不安定領域内部の対称・逆対称連成振動である。しかし、理論的取り扱いが不可能であるので、Runge-Kutta-Gill法による時間応答解析を行う。対称非線形応答、係数励振振動解析ののち、不安定領域内の解析を行う。

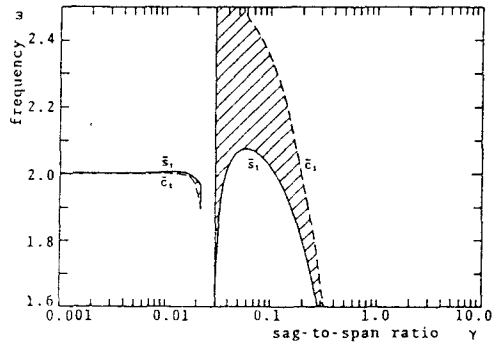


図-4 副不安定領域

4. 数値結果 図-2,3にサグ比 $\gamma=0.1$ および 0.03 のケーブル($k=30$)の対称付随応答と逆対称分岐応答の発生領域を示す。主不安定領域($\omega \approx 2\omega_a$; ω_a : 無次元逆対称振動数)と副不安定領域($\omega \approx \omega_a$)で逆対称振動が生じる。而内応答の大きさおよび連成項の大きさによって、その発生領域の幅が異なってくる。いま、静的応答がスパンの $3/1000$ のときの不安定領域をサグ比 γ をパラメーターにプロットすると、図-4の結果を得る。ケーブルでは広い振動数範囲で逆対称振動が存在する。これらの不安定領域内で対称・逆対称振動の連成応答が生じる。 $\gamma=0.1$ のケーブルの主不安定領域における時間応答は、図-5のとおりである。対称振動と逆対称振動でエネルギーを交換しながら振動をしている。また、この結果は逆対称振動の非線形項 $d_2 Q'$ を無視しても得られる。安定領域では、逆対称振動は成長せず、このような干渉は見受けられない。

5. まとめ ケーブルの対称加振による逆対称振動は不安定領域において生じることを示した。ケーブルのサグ比の変化による連成応答の時間応答波形の変動については当日発表する。

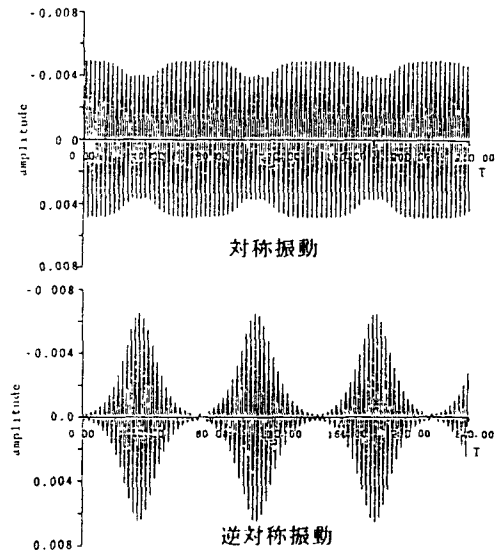


図-5 $\gamma=0.10$ の副不安定領域における時間応答

- 参考文献 1) 藤野・大島・Phoonsak, P.・山口: 土木学会第43回年次学術講演会、第I部、1988.10,
2) 高橋・田川・池田: 土木学会論文集、第344号、1984.4.