

偏平ケーブルの動的安定性

長崎大学工学部 学生員 ○一ノ瀬寛幸

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

1. まえがき ケーブルの動特性はきわめて独特かつ複雑である。すなわち、微小振動論より得られる固有振動特性(固有振動数、固有振動形)、減衰特性および幾何学的非線形性を考慮した場合の非線形振動特性、非線形分岐応答特性などがサグ比によって著しく異なることが報告されている。これらの研究から、ケーブルにおいては係数励振振動(分岐振動)が発生することが指摘されており、面内加振のもとに生ずる面内・面外連成振動および面内対称加振のもとに生ずる逆対称振動などが、その典型例であるといえる。さらに、Kovacs¹⁾は、斜張橋やカイトワーなどの支持ケーブルが主塔もしくは桁の振動によって変動軸方向力を受けるときの係数励振振動の発生のメカニズムの検討とその制振対策を提案している。しかし、その理論的な考察は、サグのない弦に対してであり、ケーブルの力学的特性を反映しているとはいえない。そこで、本研究では、偏平ケーブル(サグ比1/8以下)が軸方向加振を受ける場合の動的安定性を解析し、ケーブルに現れる不安定領域をサグ比をパラメータに明らかにする。

2. 運動方程式 Irvine²⁾の成書にしたがって、図-1に示すような偏平ケーブルが変動軸方向力 $H_0 \cos \Omega t$ を受ける場合の微小振動の運動方程式を誘導すれば、次のように与えられる。

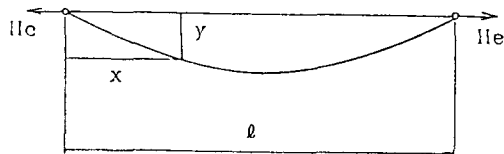


図-1 ケーブルの一般図

$$L(w) = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \left(\frac{8f}{l} \right)' \frac{EA}{L_0} \int_0^l w dx - (H_0 + H_1 \cos \Omega t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

ここに、 w : 面内鉛直たわみ、 t : 時間、 m : ケーブルの単位長さあたりの質量、 f : ケーブルサグ、 l : スパン長、 E : ヤング率、 A : 断面積、 $L_0 = l(1 + 8f^2/l^2)$: ケーブル長、 H_0 : 初期水平張力、 H_1 : 変動水平張力の振幅、 Ω : 変動水平張力の円振動数

上式において、第2項 $(8f/l)' EA/L_0 \int_0^l w dx$ は、たわみ w による変動張力 $h(t)$ が初期形状(放物線)に対して行う復元力を意味する。逆対称振動では、 $\int_0^l w dx = 0$ となるために、偏平ケーブルでは、逆対称振動の動的安定性は弦の結果と一致する。なお、ケーブルの面外水平方向の運動方程式は、式(1)において $f=0$ と置いた場合に相当し、面外振動の動的安定性は、式(1)で $f=0$ の結果を用いて評価される。

3. 解法 式(1)の解を次のように仮定する。

$$w = l \sum T_i(t) W_i(x) \quad (2)$$

ここに、 $T_i(t)$: 未知の時間関数、 $W_i(x)$: 境界条件を満足する座標関数
上式の座標関数として、ケーブルの固有振動形を用いる。すなわち、対称振動の場合には、

$$W_i = 1 - \tan \frac{\pi \omega_i}{2} \sin \pi \omega_i \xi - \cos \pi \omega_i \xi \quad (\xi = x/l) \quad (3)$$

$$\text{ここに、} \omega_i \text{ は無次元固有円振動数で次の振動方程式の根 } \tan \frac{\pi \omega_i}{2} = \frac{\pi \omega_i}{2} - \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\pi \omega_i}{2} \right)^3 \quad (4)$$

$\lambda^2 = 64 \gamma^2 k^2 / (1 + 8 \gamma^2)$ 、 $\gamma = f/l$: サグ比、 $k^2 = EA/H_0$: 縦波-横波伝播速度比
 W_i が自由振動の解であることを利用して、式(1)に Galerkin 法を適用すると、次式が得られる。

$$T_i + \omega_i^2 T_i + \frac{1}{\pi^2} H_1 \cos \omega \tau \frac{1}{A_{11}} \sum B_{1j} T_j = 0 \quad (5)$$

ここに、 $H_1 = H_1/H_0$ 、 $\omega = \Omega/n_1$ 、 $\tau = n_1 t$ 、 n_1 : 弦の第1次円振動数

$$A_{i1} = \int W_i^2 dx, \quad B_{ij} = \int W_i' W_j' dx$$

上式を行列表示すると、

$$[F](T) + [E](T) + H_1[F] \cos \omega \tau(T) = \{0\} \quad (6)$$

上式に含まれる安定性を支配するパラメーターは、励振振動数 ω と励振振幅 H_1 の2つであり、ケーブルの特性を支配するパラメーターはサグ比 γ と伝播速度比 k の2つである。

4. 数値結果 式(2)の自由度を

3 ($i=1,2,3$)を採用し、多自由度としてたわみ振動の発生領域を求める。図-2, 3は $k=30$ のケーブルの対称振動の不安定領域をサグ比 $\gamma=0.001$ および 0.04 に対して示したものである。これらの図において、横軸 ω は無次元加振振動数を、縦軸 H_1 は無次元変動軸力の振幅を示す。図中の右上りの斜線部が単純共振を、右下りの斜線部が結合共振を意味する。記号 $2\omega_i/n$ は、 i 次モードの不安定領域 ($n=1$: 主不安定領域, $n=2$: 副不安定領域) を、また $(\omega_i + \omega_j)/n$ ($n=1$) は i 次と j 次モードの主不安定領域をそれぞれ意味する。図-2のような弦に近い場合

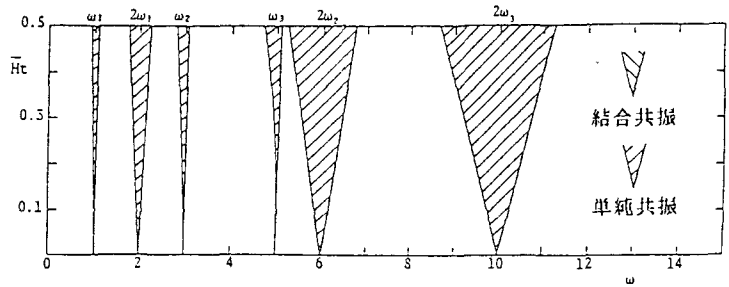


図-2 ケーブルの不安定領域 ($\gamma=0.001, k=30$)

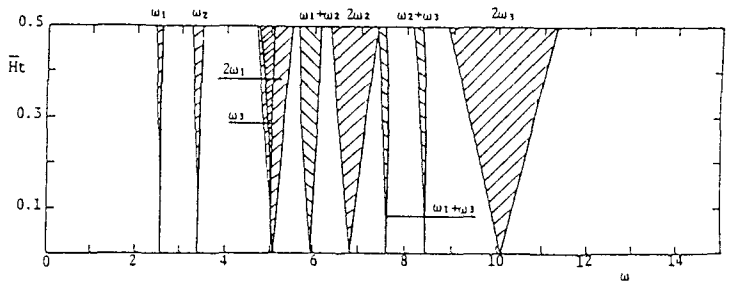


図-3 ケーブルの不安定領域 ($\gamma=0.04, k=30$)

には、単純共振のみが存在し、高次モードになるにつれて、不安定領域の幅が広がる。これに対して、図-3のケーブルの場合には、単純共振に加えて、結合共振が現われてくる。しかし、その不安定領域は、単純共振よりも狭い。図-4は、各不安定領域の幅とサグ比との関係をプロットしたものである。図のように単純共振 $2\omega_1, \omega_1$ はモードの遷移領域で狭くなる。また、結合共振は、2つのモードの振動数が接近してくるようなサグ比の領域で広がる。

5. まとめ 変動軸方向力を受けるケーブルの面内振動に現われる不安定領域をサグ比パラメーターに明らかにした。縦波-横波伝播速度比 k および減衰力の影響は当日発表する。

参考文献 1) Kovacs, I., Zur Frage der Seil-schwingungen und der Seildämpfung, Bautechnik, 59, H10, 1982 (和訳: 前田, 米田: 橋梁, 1985, 1, 3)

2) Irvine, H.M.: Cable Structures, The MIT Press, 1981.

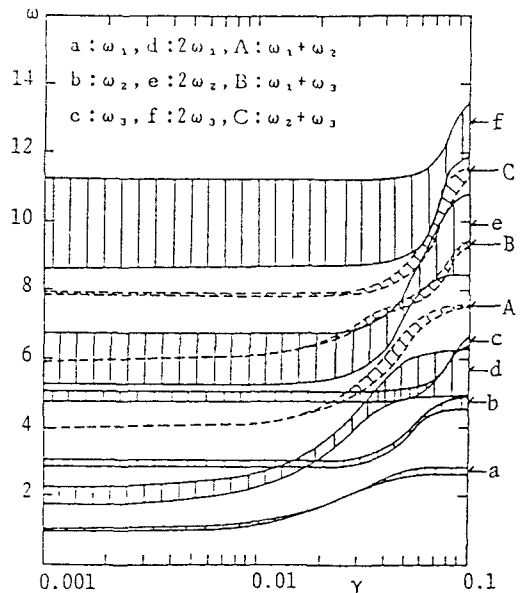


図-4 ケーブルの不安定領域とサグ比の関係

($H_1=0.5, k=30$)