

面内変動曲げを受けるI型断面曲線桁の腹板の動的安定性

長崎大学工学部 学生員 ○平川倫明
 柳井山鉄工所 正 員 夏秋義広
 長崎大学工学部 正 員 高橋和雄
 長崎大学工学部 学生員 平山賢治

1. まえがき 曲線桁やラーメン構造の腹板に面内変動曲げが作用する場合の動的安定性を先に報告し¹⁾、面外不安定振動の種類およびその発生領域を各種のパラメーターのもとに明らかにした。解析にあたって、腹板の一部を扇形板にモデル化する際に、フランジの影響を無視している。曲線桁構造では、フランジの存在が、腹板の曲げによる面内力の分布に影響を及ぼす²⁾ために、フランジの影響を考慮した厳密な面内力の分布を用いた取り扱いが必要である。そこで、本研究は、フランジの影響を考慮した面内力の分布形状を用いて、薄肉I型断面曲線桁の腹板の局部振動の動的安定性を解析するものである。数値解析において、腹板の固有振動数および面外不安定領域に及ぼすフランジの影響を各種のパラメーターのもとに明らかにする。

2. 基礎式および解法 図-1に示すような1軸対称の薄肉I断面の曲線桁を考える。この曲線桁の直線辺に、静的曲げモーメント M_0 と変動曲げモーメント $M_1 \cos \Omega t$ の和からなる曲げモーメント M が作用する。このとき、扇形腹板内の面内力分布³⁾は、二次元弾性論と薄肉円筒シェルの理論によって次の式で与えられる。

$$N_r = \frac{M}{a^2} \frac{1}{G_1} \left\{ \frac{G_1}{(r/a)^2} + 2G_2 + 2G_3 (1 + 2 \ln \frac{r}{a}) \right\} \quad (1)$$

$$N_\theta = \frac{M}{a^2} \frac{1}{G_1} \left\{ -\frac{G_1}{(r/a)^2} + 2G_2 + 2G_3 (3 + 2 \ln \frac{r}{a}) \right\} \quad (2)$$

$$N_{r\theta} = 0 \quad (3)$$

ここに、 G_1, G_2, G_3, G_4 ：図-1の断面の諸元およびポアソン比 ν によって定まる定数

これらの面内力を受ける扇形腹板の安定を失った直後の運動

方程式は次式で与えられる。

$$L(w) = D \nabla^4 w + \rho d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r N_\theta \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} N_r \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} = 0 \quad (4)$$

ここに、 w ：板のたわみ、 $D = Ed^3 / \{12(1 - \nu^2)\}$ ：板剛度、 ρ ：板の密度、 E ：ヤング率、 t ：時間
 扇形腹板の境界条件は、直線辺を単純支持とし、円弧辺については、フランジの弾性変形を無視するので、次の2ケースを考える。すなわち、case I：単純支持、case II：固定

式(4)を解くために、解を次のように仮定する。

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} T_{sn} W_{sn} \quad (5)$$

ここに、 T_{sn} ：未知の時間関数、 W_{sn} ：境界条件を満足する座標関数(= $R_{sn}(r) \sin \alpha_n \theta$)、 R_{sn} ： r のみの関数、 $\alpha_n = n\pi / \alpha$ 、 $n=1, 2, \dots$ ： θ 方向の半波数

式(5)の R_{sn} として、面内力が作用しない扇形腹板の自由振動の固有振動形を用い、Galerkin法を適用すれば、次のようなMathieuの微分方程式が得られる。

$$[I]\{T_n\} + [A]\{T_n\} + (\bar{M}_0 + \bar{M}_1 \cos \bar{\omega} \tau)[B]\{T_n\} = \{0\} \quad (6)$$

ここに、 $[I]$ ：単位行列、 $[A]$ ：対角行列、 $[B]$ ：正行行列、 $\{T_n\}$ ： $\{T_{1n} \ T_{2n} \ \dots \ T_{Nn}\}^T$ 、 $\bar{M}_0 = M_0 / M_{cr}$ 、 $\bar{M}_1 = M_1 / M_{cr}$ 、 M_{cr} ：座屈モーメント、 $\bar{\omega} = \Omega / \omega_1^1$ 、 ω_1^1 ：最低次の固有円振動数、 $\tau = \omega_1^1 t$

式(6)の安定性は、固有値問題に変換する方法を用いて、数値的に判別することができる。

腹板とフランジの形状を示すパラメーターは次のとおりである。

腹板： $\beta = b/a$ (内外径比)、 α (開き角)、 μ (辺長比)、フランジ： $\bar{t}_r = t_r / c$ (厚さ)、 $e_r = b_r / t_r$ (幅)、 $e_w = c/d$

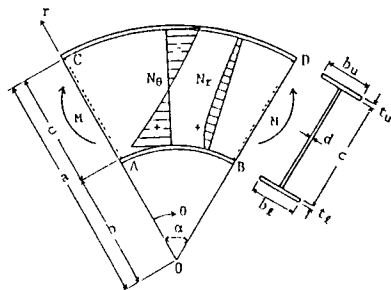


図-1 一般図および座標系

ここに、 $t_f=t_u=t_s$, $b_f=b_u=b_s$ (2軸対称断面), $a, c, d, t_u, t_s, b_u, b_s$: 図-1に示す形状寸法

3. 数値結果 (1) 固有振動特性 フランジが存在すると、扇形腹板の座屈強さが変化するために、静的曲げ $\bar{M}_0$ を受ける場合の固有振動特性も変化する。フランジの幅と板厚を変化させたときの固有振動特性を求めたところ、半径方向の半波数が1の場合 ($n, 1$) (ここに、 n : θ 方向の半波数)のみが変化する。このときの変化の様子を ω_1^* (case I, $\beta=0.5$)について示すと図-2のとおりである。

(2) 動的安定性 図-3は、フランジの無次元パラメーター ($e_f=15$, $\bar{e}_f=0.02$, $e_u=100$) の扇形板の腹板 (case I, $\alpha=\pi/3$, $\mu=1.0$) の静的曲げ $\bar{M}_0=0$ の場合の不安定領域である。図中の横軸 $\bar{\omega}$ は、無次元加振振動数で、縦軸 $\bar{M}_t$ は、無次元変動曲げモーメントの振幅である。斜線部の不安定領域に付した記号 $2\omega_1$ は単純共振の主不安定領域を、 $\omega_1+\omega_2$ は和型の結合共振の主不安定領域を意味する。 $e_u=100$ としたときにフランジがない場合¹⁾と比較してみると、結合共振の幅が狭くなる傾向にある。このことをはっきりさせるために、フランジ幅とフランジ厚を変化させたときの $\bar{M}_t=0.5$ における $n=1$ のみの場合の不安定領域の変化を図-4, 5に示す。

これらの図より明らかなように、フランジの幅および厚さが増大すると、結合共振の幅が狭くなっていく。しかし、単純共振の幅はほとんど影響を受けない。フランジが存在すると、座屈モードが振動モードによく似てくるので、結合共振が狭くなるものと考えられる。また、フランジ厚の影響がフランジ幅の影響よりも大きい。

4. まとめ 本研究によって、扇形腹板の局部振動の動的安定性が明らかにされた。フランジの弾性変形を考慮した取り扱いも必要で、今後の課題である。

参考文献 1) 高橋・小西・平川・夏秋: 構造工学論文集, Vol. 34A, 1988. 2) Chu, K.Y.: Stahlbau, 35Jg., H.5, 1966.

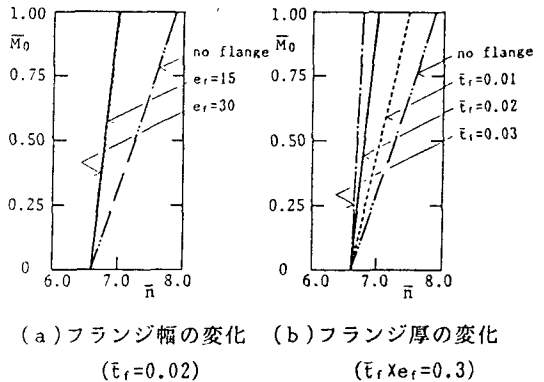


図-2 固有円振動数に及ぼす静的曲げ $\bar{M}_0$ の影響

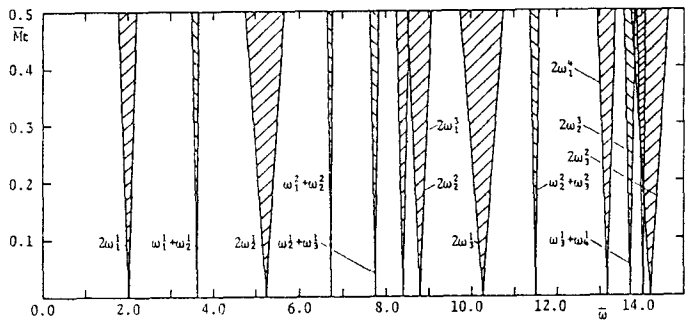


図-3 フランジ付き扇形板の不安定領域

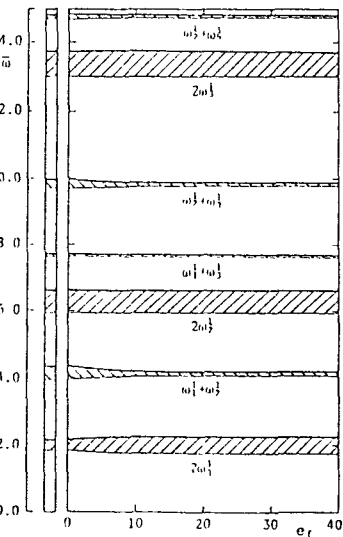


図-4 不安定領域に及ぼすフランジ幅の影響 ($\bar{e}_f=0.02$)

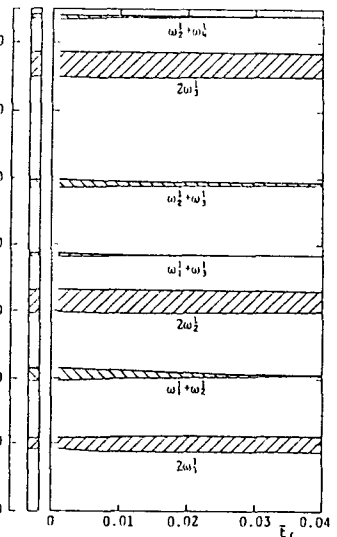


図-5 不安定領域に及ぼすフランジ厚の影響 ($\bar{e}_f \times e_f=0.3$)