

日リンクコスト関数の定式化とその推定方法

九州東海大学 正員 溝上 章志

1. はじめに

従来、BPR型リンクコスト関数は時間単位でしか定義されていない。しかし、交通量配分は通常、日単位で行われることから、日交通量と一日の平均的成本との関係を表す日単位のリンクコスト関数を定義する必要がある。本研究は、①日交通量配分に用いる合理的な日リンクコスト関数の導出を行うこと、②独自に行った所要時間実測データを用いたリンクコスト関数の推定手法を開発することを目的としている。

2. 日リンクコスト関数の定式化

本研究では、本来は時系列的に変動しているリンク a を時間帯 i に走行している車両の単位距離当たり所要時間を、平均が $\bar{t}_{ai}$ 、分散が平均所要時間の関数 $\sigma_{a0}^2(\bar{t}_{ai})$ をパラメータとする確率分布に従う確率変数と仮定する。いま、リンク a 、時間帯 i の単位距離当たり時間平均所要時間が、

$$\bar{t}_{ai} = t_{a0} \left[1 + \alpha \left(\frac{q_{ai}}{q_{a0}} \right)^\beta \right] \quad (1)$$

なるBPR型の関数で表されると仮定する。ここで、 q_{ai} はリンク a の時間帯 i の時間交通量、 q_{a0} は時間可能容量、 t_{a0} はゼロフロー時の所要時間、 α と β はパラメータである。このとき、リンク a を走行する車両の日平均所要時間 $\bar{t}_a$ 、および分散 σ_a^2 は次式で表される。

$$\begin{aligned} \bar{t}_a &= \sum_i q_{ai} \bar{t}_{ai} / \sum_i q_{ai} = (1/Q_a) \cdot \sum_i q_{ai} \bar{t}_{ai} \\ &= t_{a0} \left[1 + \alpha \left(\frac{Q_a}{Q_{a0}} \right)^\beta \frac{\sum_i \eta_{ai}}{\eta_{ai_{max}}} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 &= (1/Q_a) \cdot \sum_i q_{ai} [\sigma_{a0}^2(\bar{t}_{ai}) + \bar{t}_{ai}^2] \\ &\quad - (1/Q_a^2) \cdot (\sum_i q_{ai} \bar{t}_{ai})^2 \\ &= \sum_i \eta_{ai} [\sigma_{a0}^2(\bar{t}_{ai}) + \bar{t}_{ai}^2] - \bar{t}_a^2 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで Q_a は日交通量、 Q_{a0} は日可能容量であり、通常、 $q_{a0}/\eta_{ai_{max}}$ で定義されている。 η_{ai} は時間係数、 $\eta_{ai_{max}}$ はピーク率である。式(2)より、日可能容量に Q_{a0} を用いたときの日BPR関数は、形

式的には時間BPR関数の α が $\sum_i \eta_{ai}^{\beta+1} / \eta_{ai_{max}}^\beta$ で補正されたものになる。この補正値は常に1以下の値をとり、図-1の実線で示された時間BPR関数の傾きを破線のように下方にシフトさせる割合を示す。すべてのリンクにBPR関数を設定する際、式(2)を用いると、時間変動パターン η_{ai} ($i=1, \dots, 24$)とピーク率 $\eta_{ai_{max}}$ をリンクごとに予測する必要があるが、式(2)は

$$\bar{t}_a = t_{a0} \left[1 + \alpha \left\{ \frac{Q_a}{q_{a0} \left(\sum_i \eta_{ai}^{\beta+1} \right)^{-1/\beta}} \right\}^\beta \right] \quad (4)$$

のように変形できるから、 $\left(\sum_i \eta_{ai}^{\beta+1} \right)^{-1/\beta}$ さえリンクごとに予測できればすべてのリンクに日BPR関数を設定できる。 $q_{a0} \left(\sum_i \eta_{ai}^{\beta+1} \right)^{-1/\beta}$ は、時間BPR関数の α と β の値を日BPR関数にそのまま用いたときの日可能容量に相当する量と見なすことができ、以後、換算日可能容量と記す。

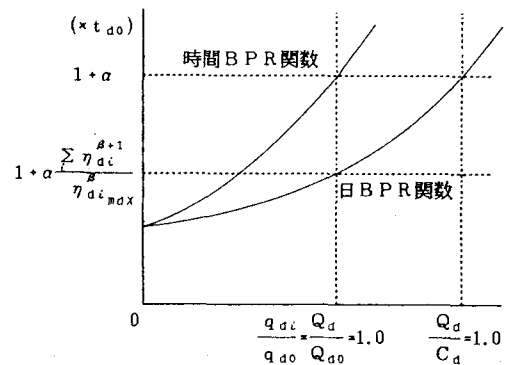


図-1 日BPR関数と時間BPR関数の関係

3. リンクコスト関数の同定方法

以下に、式(1)、または式(4)のパラメータ α と β 、およびリンク a の時間帯 i に走行する車両の所要時間の標準偏差関数を

$$\sigma_{ai} = \sigma_{a0}(\bar{t}_{ai}) = A \exp[B(\bar{t}_{ai} - t_{a0})] \quad (5)$$

のように仮定したときのパラメータ A と B の推定法を説明する。

<MODEL-1> 所要時間調査データから、すべてのリンクについて時間帯別単位距離当たりの所要時間平均値 $\bar{t}_{di}$ と標準偏差値 σ_{di} を求め、時間帯別交通量 q_{di} と $\bar{t}_{di}$ から式(1)の α と β を、 $\bar{t}_{di}$ と σ_{di} から式(5)のAとBをそれぞれ非線形最小二乗法を用いて推定する。

<MODEL-2> リンク a を時間帯 i に走行する車両の所要時間は確率変数と仮定した。これが正規分布 $N[\bar{t}_{di}, \sigma_{di}^2(\bar{t}_{di})]$ に従うと仮定すると、 k 番目実測サンプルの所要時間 t_{di}^k の確率密度関数は、

$$f(t_{di}^k | \bar{t}_{di}, \sigma_{di}^2(\bar{t}_{di})) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{di}(\bar{t}_{di})} \exp\left[-\frac{(t_{di}^k - \bar{t}_{di})^2}{2\sigma_{di}^2(\bar{t}_{di})}\right]$$

となる。このときの尤度関数は、

$$L = \prod_d \prod_i \prod_k f(t_{di}^k | \bar{t}_{di}, \sigma_{di}^2(\bar{t}_{di}))$$

となり、この尤度を最大にするパラメータ α, β, A, B を最尤法を用いて同時推定する。

<MODEL-3> 式(2), (3)より、リンク a を一日の間に走行する車両の所要時間も確率変数となる。これが、正規分布 $N[\bar{t}_a, \sigma_a^2]$ に従うと仮定すると k 番目実測所要時間サンプル t_a^k の確率密度関数は、

$$f(t_a^k | \bar{t}_a, \sigma_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_a} \exp\left[-\frac{(t_a^k - \bar{t}_a)^2}{2\sigma_a^2}\right]$$

となる。このときの尤度関数は

$$L = \prod_d \prod_k f(t_a^k | \bar{t}_a, \sigma_a^2)$$

となり、これを最大にするパラメータ α, β, A, B を最尤法により同時推定する。

MODEL-1では、 $\bar{t}_{di}$ と σ_{di}^2 を得るために、異なるリンクか時間帯を走行する相当数の車両の所要時間サンプルを必要とする。MODEL-2では、すべての実測所要時間がパラメータ推定のための非集計データとなるが、確率変数と仮定した所要時間が正規分布に従うことが保証される数の走行車両の所要時間サンプルを各時間帯ごとに必要とする。MODEL-3では、幾つかのリンクで一日を通じてランダムに抽出した走行車両の所要時間 t_a^k と時間帯別交通量 q_{di} のデータだけができればよく、合理的である。

4. 所要時間調査の概要と同定結果

所要時間データは、60年道路交通センサスで24時間の時間帯別交通量が観測されている名古屋市内の上下別30道路区間上の実走行調査によって収集した。実走行調査時間帯は一日の交通量の変動、およびそれに伴う所要時間の変動を代表すると考えられる朝ピーク時7～9時、昼オフピーク時14～16時、夕方ピーク時17～19時、夜間時22時以降の4時間帯とし、各時間帯に約10台の車両を走行させて区間旅行時間を測定している。本調査から得られた所要時間サンプル数は1141である。

各推定モデルによる推定結果を表-1に示す。 α は各モデルとも1.0前後の値であり、現在、日本で採用されている修正BPR関数の $\alpha=2.62$ に比べて小さい。米国BPR関数では $\alpha=0.15$ を用いているが、今回の推定結果はこれらの中間の値である。 β は、MODEL-1で他の推定法よりやや過大に推定されているものの、1.20程度の値である。これは修正BPR関数の5.0、米国BPR関数の4.0と比較してかなり小さい。以上のことから、日本の道路交通条件に適合したBPR関数は、交通量が容量に達したときの所要時間のゼロフロー時所要時間に対する倍率が修正BPR関数と比べて小さく、所要時間の増加率は交通量が容量に近づく領域で修正BPR関数に比べてかなりなめらかな曲線となる。

表-1 パラメータの推定結果

	α	β	A	B	$\ln L$
MODEL-1	1.063	1.503	0.599	0.253	—
MODEL-2	0.965	1.175	0.773	0.941	-0.181×10^4
MODEL-3	0.961	1.194	0.819	0.881	-0.187×10^4

注) データ数はMODEL-1が120、MODEL-2, 3が1141である

5. 今後の課題

本報告では、主として日リンクコスト関数の定式化、同定方法を示した。今後はデータの整備を進めると共に、実際道路区間への換算日可能容量の設定方法の開発と提案日BPR関数を用いた配分結果の適合度分析により、本モデルの実用可能性を検討していくことが必要である。

Steenbrink, P.A.: Optimization of Transportation Networks, John Wiley & Sons, 1974.
 Branstetter, D.: Link Capacity Function: A Review, Transpn. Res., Vol. 10, No. 4, pp. 223-236, 1973.