

砂の降伏特性を評価した異方硬化弾塑性モデルについて

山口大学工学部 ○正員 安福規之
山口大学工学部 正員 村田秀一
山口大学工学部 正員 兵動正幸

1. まえがき

砂の誘導異方性を考慮した構成モデルに関する研究はこれまでに数多くなされている。しかし、従来のモデルの多くは、限られた応力域を対象とした繰返し载荷を含む複雑な応力履歴に対する挙動の評価に主眼をおいて作られており、これらのモデルが比較的広範な応力域を対象とした場合の砂の硬化特性や強度特性の拘束圧依存性をも十分に評価できるとは言いがたい。本報では、砂の応力ひずみ挙動の拘束圧依存性に注意を払いつつ、圧密せん断過程で生じる異方的な特性を取り入れた構成モデルを提示する。これは、著者らの示した等方硬化モデル¹⁾を拡張することによってなされる。

2. モデルの特徴と基本的な考え方

モデルの基本的な考え方として、1) 土は、異方硬化・完全塑性を示す連続的な材料である。2) 構成関係は、基本的には関連しない流れ則に基づく。3) 硬化および異方性の進行の度合は、塑性体積ひずみとせん断ひずみの両ひずみに依存し、またその依存の仕方は応力状態によって変化する。等がある。モデルの特徴は、1) 降伏曲線および塑性ひずみ増分比関係の拘束圧および応力経路履歴依存性の評価が可能である。2) 破壊包絡線の拘束圧依存性を低・高圧下において表現できる。3) モデルに含まれる9つの材料定数は、物理的な意味が比較的明確であり、圧縮試験と側圧一定の三軸圧縮試験を行うことにより簡単に決定できる(図4参照)。等である。なお、ここでの検討は軸対象条件下に限ったものである。

3. モデルの概要

構成関係 --- 表1にモデルの概要をまとめて示している。用いた構成関係は表1(B)に示されている。塑性ひずみ成分を具体的に評価するためには、表1(B)中において降伏関数、塑性ポテンシャルおよび硬化係数を具体的に決める必要がある。本モデルでは、簡単なために表1(C)に示すように2つの内部変数 k , α を含む降伏関数を仮定する。

降伏関数と塑性ポテンシャル --- 降伏関数として、表1(D)に示す関係を用いた。これは、実験的にもとまる降伏曲線(図1参照)の特性を考察することにより得られたものである。また、塑性ポテンシャルは、塑性ひずみ増分比関係を双曲線で近似することにより表1(E)の関係で与えられる。ここで、 $m=n$ の場合、降伏関数と塑性ポテンシャルは等価となる。また、 $\alpha=0$ と仮定した場合、両関数は等方硬化モデルに帰着する。

破壊包絡線 --- ここでは、図2の結果に基づいて破壊(ピーク強度)包絡線として表1(F)に示す関係を仮定した。この関係は、ピーク強度が、残留強度(限界状態における強度)に到達するまでは、モールの包絡線が曲線を呈することを評価する。

硬化係数 --- 硬化係数を具体的に決定するためには表1(C)に示す様に k と α の増分式と $\frac{\partial p_a}{\partial k}$ の評価が必要となる。ここでは、降伏曲線の大きさを規定するパラメータ k を表1(G)で、降伏曲線の回転の度合を規定するパラメータ α を表1(H)でそれぞれ仮定した。これらの仮定は、降伏曲線の硬化と回転が塑性体積ひずみとせん断ひずみの両成分に依存して生じることを表し、またその依存の仕方が拘束圧によって変化するこ

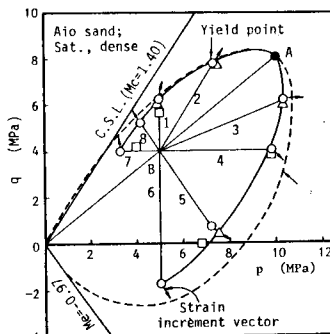


図1 異方圧密砂の降伏曲線

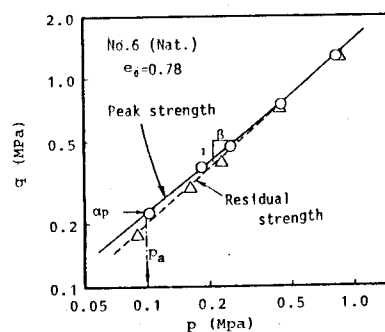
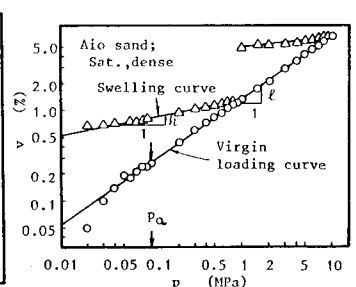


図2 破壊強度特性

図3 圧縮時の $\ln k - \ln p$ 関係

とをも表す。 $\frac{\partial p_a}{\partial k}$ は、圧縮過程における $\ln k - \ln p$ 直線関係 (図3参照) に基づいて表1 (I) のように与えられる。まとめとして、表1 (J) にはマトリック表示した構成関係を示している。

4. パラメーターの決定方法とモデルの適用性

決定するパラメーターは、9つである。これらのパラメーターは、図4に示している様に一つの圧縮試験と幾つかのせん断試験から簡単に決定できる。ここで、定数 α は、表1 (L) の式によって決定できるが、実験的には $\alpha = 0.75 \eta_0$ が得られた。定数 a は、任意でここでは10とした。図5は図4の方法で決めたパラメーター (表1 (K)) を用いて描いた応力ひずみ関係を示したものであるが実験結果との対応は比較的良好。参考文献 Murata, H., Hyodo, M. and Yasufuku, N. (1987). 2nd ICCLEM, Vol. 1, 421-428, Tucson.

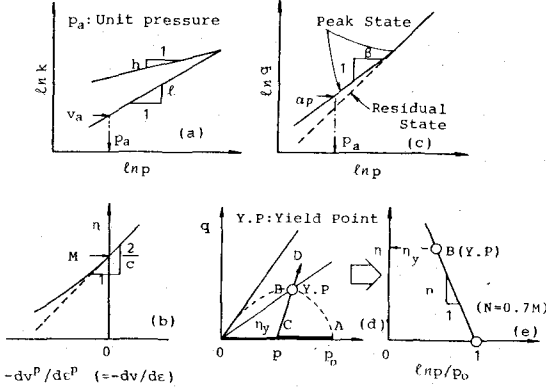


図4 材料定数の決定法

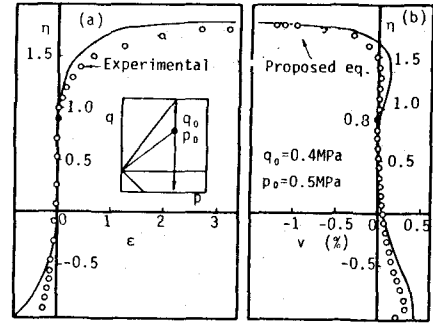


図5 予測結果

表1 モデルの概要

Stress & Strain

Parameter (A)

$$p = (\sigma_a + 2\sigma_r)/3 \quad dv = d\epsilon_a + 2d\epsilon_r$$

$$q = \sigma_a - \sigma_r \quad d\epsilon = 2(d\epsilon_a - d\epsilon_r)/3$$

$$\eta = q/p$$

Constitutive Relation

(B)

$$dv = dv^e + dv^p ; d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p$$

$$dv^e = \frac{1}{K} dp ; d\epsilon^e = \frac{1}{3G} dq$$

$$dv^p = \Lambda \frac{\partial g}{\partial p} ; d\epsilon^p = \Lambda \frac{\partial g}{\partial q}$$

$$\Lambda = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq \right)$$

Hardening Modulus H

(C)

$$f(p, q, k, \alpha) = 0$$

$$H = - \left(\frac{\partial f}{\partial k} \bar{k} + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \bar{\alpha} \right)$$

$$d\alpha = \Lambda \bar{\alpha} \quad \frac{df}{dk} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial k} = \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial k}$$

Matrix Form

(J)

$$\begin{bmatrix} dv \\ d\epsilon \end{bmatrix} = \frac{1}{H} \begin{bmatrix} H + \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial p} & \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial p} \\ \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial q} & \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{K} = h v_a \left(\frac{p}{p_a} \right)^\ell$$

Yield Function f

(D)

$$f = (\eta - \alpha)^2 + n\ell n p / p_0 = 0$$

$$n = \frac{(2N - \alpha)^2 - \alpha^2}{2}$$

$$\frac{dq}{dp} = \frac{(\eta - \alpha)\eta - (N - \alpha)N}{(\eta - \alpha)}$$

Plastic Potential g

(E)

$$g = (\eta - \alpha)^2 + m\ell n p = \text{const.}$$

$$m = \frac{(2N - \alpha)^2 - \alpha^2}{2}$$

$$\frac{dv^p}{d\epsilon^p} = \frac{(M - \alpha)M - (\eta - \alpha)\eta}{(\eta - \alpha)}$$

Hardening Parameter k

(G)

$$dk = dv^p + X d\epsilon^p$$

$$= \Lambda \left(\frac{\partial g}{\partial p} + X \frac{\partial g}{\partial q} \right) = \Lambda \bar{k}$$

$$X = X\eta$$

$$H=0 \quad \text{at } \eta = \eta_p$$

$$X = 1 - \left(\frac{M}{\eta_p} \right)^2$$

Rotational Parameter α

(H)

$$d\alpha = X_2 (dv^p + d\epsilon^p)$$

$$= \Lambda X_2 \left(\frac{\partial g}{\partial p} + \frac{\partial g}{\partial q} \right) = \Lambda \bar{\alpha}$$

$$X_2 = \frac{a(\eta_p - \eta)}{p_0} (q - \eta_0 p)$$

Failure Locus

$$q_p \neq q_r : q_p = \alpha_p p_a \left(\frac{p}{p_a} \right)^\beta$$

$$q_p = q_r : q_r = M p_r$$

$$p_p = \alpha \left(\frac{p}{p_a} \right)^{\beta-1} \dots 0 < p < p_\ell$$

$$p_p = M \dots p \geq p_\ell$$

$$p_\ell = p_a \left(\frac{M}{\alpha_p} \right)^{\frac{1}{\beta-1}}$$

$$\alpha = \frac{1}{\eta_k^2} + \frac{3(1-h/\ell)/2 - (h/\ell)X}{\eta_k^2 - M + 3(1-h/\ell)/2 - (h/\ell)X} \eta_k - M^2$$

$$\eta_k = \frac{3(1-K_0)}{1+2K_0}$$

(K) Parameters (Aio sand)

ℓ	0.699	M	Mc	1.40
h	0.206		Me	-0.95
v_a	0.0027	N	Nc	0.98
α_p/p_a	1.95		Ne	-0.67
β	0.912		α	0.58
			a	10.0

Determination of $\frac{\partial p_a}{\partial k}$

From the observed $\ln k - \ln p$ straight line

$$\frac{\partial p_a}{\partial k} = \frac{1}{(\ell - h) v_a} \left(\frac{p_a}{p_0} \right)^\ell p_0$$

$$p_0 = p \cdot \exp \{ (\eta - \alpha)^2 / n \}$$