

確率有限要素法によるNATM地山の応力解析

九州大学 工学部 学生員○浦川 貴隆
 九州大学 工学部 正 員 橋木 武
 九州大学 工学部 正 員 相川 明
 九州大学 工学部 学生員 三角 衡一郎

1. はじめに

トンネル地山の力学解析を有限要素法で行なうときには、形状、境界条件、材料定数あるいは、外力等に関し、さまざまな不確定性を伴うが、この点を考慮するものとして確率有限要素法があり、本研究はその適用を目的とする。ここでは、その第一段階として、材料定数であるヤング率 E 、ポアソン比 ν 、単位体積重量 ρ にのみ確率変動量が存在する場合について解析を行なうものである。

2. 確率有限要素法の理論

ヤング率 E 、ポアソン比 ν 、単位体積重量 ρ に関する期待値をそれぞれ E^0 、 ν^0 、 ρ^0 、また微小変動量をそれぞれ α 、 β 、 γ とおき、 E 、 ν 、 ρ が次式で表わされるものと仮定する。ただし、 α 、 β 、 γ は互いに独立である。

$$\begin{aligned} E &= E^0(1 + \alpha), \quad \nu = \nu^0(1 + \beta) \\ \rho &= \rho^0(1 + \gamma) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、剛性マトリックスを K 、変位ベクトルを U 、荷重ベクトルを F とすると、剛性方程式は

$$KU = F \quad (2)$$

剛性マトリックス K は、ヤング率、ポアソン比の関数であるから、 K を確定項 K^0 のまわりにテイラー展開を行い、二次以上の微小項を無視すると、

$$K = K(E, \nu) = K^0 + \sum K^1_i \alpha + \sum K^2_i \beta \quad (3)$$

ここに、 K^1_i ；要素 i の K マトリックスの E に関する一次変動率、 K^2_i ；要素 i の K マトリックスの ν に関する一次変動率。

また、変位ベクトル U 及び荷重ベクトル F についても同様にして、確定項 U^0 、 F^0 まわりにテイラー展開を行なえば、

$$U = U(E, \nu, \rho) = U^0 + \sum U^1_i \alpha + \sum U^2_i \beta + \sum U^3_i \gamma \quad (4)$$

$$F = F(\rho) = F^0 + \sum F^1_i \gamma \quad (5)$$

ここに、 U^1_i ；要素 i の U ベクトルの E に関する一

次変動率、 U^2_i ；要素 i の U ベクトルの ν に関する一次変動率、 U^3_i ；要素 i の U ベクトルの ρ に関する一次変動率、 F^1_i ；要素 i の F ベクトルの ρ に関する一次変動率。

式(3)、(4)、(5)を(2)に代入し、 α 、 β 、 γ の各確率変動量に関して左辺と右辺を等置するならば、次の決定方程式群が得られる。

$$\begin{aligned} \text{確定項に関して、} \quad & K^0 U^0 = F^0 \\ \alpha \text{の一次の項に関して、} \quad & K^1_i U^0 + K^0 U^1_i = 0 \\ \beta \text{の一次の項に関して、} \quad & K^2_i U^0 + K^0 U^2_i = 0 \\ \gamma \text{の一次の項に関して、} \quad & K^0 U^3_i = F^1_i \end{aligned}$$

これらを解けば、確定項 U^0 および確率変動量 α 、 β 、 γ に関する一次変動率 U^1_i 、 U^2_i 、 U^3_i が求まる。

$$\begin{aligned} U^0 &= (K^0)^{-1} F^0 \\ U^1_i &= - (K^0)^{-1} K^1_i U^0 \\ U^2_i &= - (K^0)^{-1} K^2_i U^0 \\ U^3_i &= (K^0)^{-1} F^1_i \end{aligned}$$

3. 有限要素法を用いたモンテカルロ・シミュレーションとの比較

確率有限要素法の妥当性をみるために、擬似乱数を用いた有限要素法のモンテカルロ・シミュレーションを行なった。そして、応力および変位について確率有限要素法の確定項とモンテカルロ・シミュレーションによる平均値を比較する。なお、モンテカルロ・シミュレーションに用いる擬似乱数は、確率有限要素法で用いる確率過程と同一のものをを用いる。

4. 解析例

(I) 解析モデル

解析モデルを図-1、2に示す。図-1のモデルAはトンネル掘削前の均質な地山を想定したものであり、幅50m、高さ40mの矩形領域とした。図-2のモデルBは幅40m、高さ40mの正方形領域の中央に外半径5.0m、内半径4.5mの正円のトンネルを配置した。いずれのモデルにおいても、平面ひずみ状態において、領域内を矩形で分割し、四辺形8節点

アイソパラメトリック要素を用いた。拘束条件は、左右端が水平方向に関しては固定、鉛直方向に関しては自由とする。また、下端は水平、鉛直方向に関して固定する。

(II) 入力定数

確率有限要素法において確定値として入力する地山定数は、文献1)にある弾性波速度と地山定数との回帰式を参考にして、弾性波速度4.0km/sにおける値をとって、

$$E^0_s = 1.3 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$$

$$\nu^0_s = 0.26, \quad \rho^0_s = 2.60 \text{ tf/m}^3$$

と定める。また、コンクリートの材料定数は文献2)により、

$$E^0_c = 1.4 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$$

$$\nu^0_c = 0.15, \quad \rho^0_c = 2.40 \text{ tf/m}^3$$

(III) 応力評価点、確率過程の入力

応力評価点はモデルAにおいては点C、モデルBにおいては点Dとする。また、ヤング率、ポアソン比、単位体積重量の微小変動項に、確率過程を入力するが、初期の段階として、地山、コンクリートそれぞれの要素に関して一定の確率過程を入力する。ここでは、実験的に α に一樣分布、 β に正規分布、 γ にポアソン分布を用いる。

(IV) 考察

図-1のモデルAにおいて、1000回のシミュレーションを行なったが、点Cの鉛直応力の平均値は $6.54 \times 10^4 \text{ tf/m}^2$ 、確率有限要素法の確定項は $6.50 \times 10^4 \text{ tf/m}^2$ となった。また、図-2のモデルBにおいて、シミュレーションを400回行なった結果、点Dの鉛直応力の平均値 $2.89 \times 10^4 \text{ tf/m}^2$ 、確率有限要素法による確定項は $2.86 \times 10^4 \text{ tf/m}^2$ となり、点C、Dともにほぼ近い値が得られた。シミュレーションで得られた分布形状を図-3、4に示す。最後に、今後の課題として、確率過程の入力を実際に近いものにする、形状変動を取入れることが考えられる。

(V) 参考文献

- 1) 橋本 武、相川 明他；NATMの数値解析のための地山分類と地山定数，土と基礎1986,2
- 2) 水野 高明；鉄筋コンクリート工学

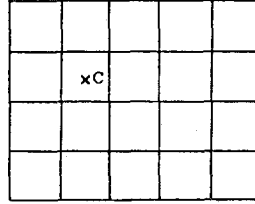


図-1 モデルA

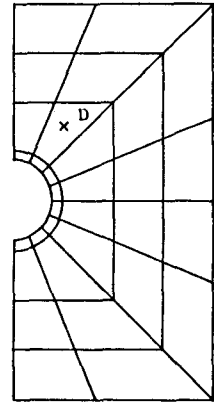


図-2 モデルB

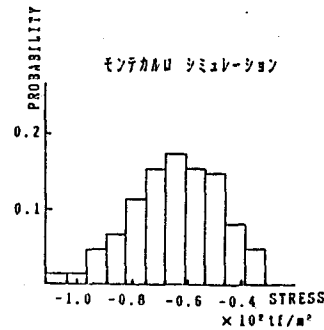


図-3 点Cにおける鉛直応力の分布形状

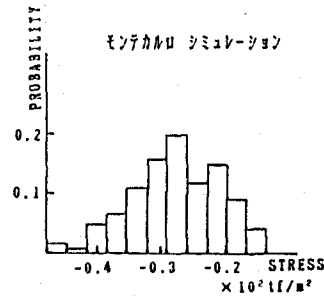


図-4 点Dにおける鉛直応力の分布形状