

非線形カルマンフィルターを用いた配水管網の自己回帰モデルによる需要量予測

九州大学大学院 ○学生員 小谷 辰士 九州大学大学院 学生員 土井 敬介
九州大学工学部 正 員 河村 明 九州大学工学部 正 員 神野 健二

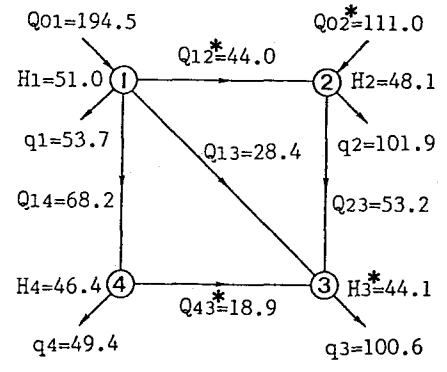
1. はじめに 大規模・複雑化する都市の上水道の配水システムにおいて配水の最適運用を行うには、水圧分布の適正化を図って漏水量の抑制と需要者への供給水圧の確保をしなければならない。このためには配水管網内の各節点での需要量を知る必要がある。しかし、配水管網内の各節点需要量を実時間で計測するのは経済的にも困難であるので、各時点での節点需要量は一般に不明であり、このため何らかの方法により各節点の需要量を精度よく推定しなければならない。著者らはこれまでに、配水管網内の各節点での需要量を周期関数式でモデル化し、配水管網内に設置された流量計・水圧計から時々刻々得られるセンサ情報を利用して需要量をカルマンフィルター理論を用いて予測する手法を提案している¹⁾。本報では需要量が2次の自己回帰モデル(AR(2)モデル)で表される場合の需要量予測手法を取り扱っている。この場合、需要量は未知パラメータと1時点前および2時点前の需要量との積で表されるため基礎式を非線形の式として取り扱う必要があり、非線形カルマンフィルターを適用して予測手法の定式化を行っている。次いで、本手法を簡単な配水管網モデルを用いた模擬発生データに適用して需要量、管路流量および水圧の予測を行い、本手法の有用性の検討を行っている。

2. 計算手法 配水管網の基礎方程式は、各節点における連続式と、各管路における水頭損失式で、任意の節点*i*における連続式： $\sum Q_{ij}(k) = -q_i(k) \cdots (1)$ 、と任意の2節点*i, j*間の管路についての水頭損失式として Hazen-Williamsの式： $H_i(k) - H_j(k) = r_{ij}^{-1} \alpha |Q_{ij}(k)|^{\alpha-1} Q_{ij}(k) \cdots (2)$ を満足しなければならない。ここに、*k*：時点、 Q_{ij} ：節点*i*から*j*に流れる流量(m^3/hour)、 q_i ：節点*i*における需要量(m^3/hour)、 H_i, H_j ：節点*i, j*における水頭(m)、 α ：定数で0.54、 r_{ij} は管路固有の定数で、 $r_{ij} = 0.27853 C_{ij} D_{ij}^{2.63} l_{ij}^{-0.54} (m^{2.46}/\text{hour}) \cdots (3)$ C_{ij}, D_{ij}, l_{ij} はそれぞれ節点*i, j*間の管路の流速係数($m^{0.37}/\text{hour}$)、管径(m)、管路長(m)である。次に、式(2)において時点が*k*から(*k*+1)に変化したときの流量、水頭の遷移式を誘導するために、式(2)をTaylor展開し、2次の項以降を小さいとして切り捨てて線形化を行う。この流量、水頭の遷移式と流量連続式を連立して、これをカルマンフィルターの観測方程式： $y(k) = H(k)x(k) + T(k) + w(k) \cdots (4)$ (ここに、*y*：観測ベクトル、*H*：観測行列、*T*：定数ベクトル、*w*：観測雑音)に変形する¹⁾。

さて需要量を次式のようなAR(2)モデルで表す。 $q(k) = M + aq(k-1) + bq(k-2) + u(k) \cdots (5)$ ここに、*u*： $N(0, \sigma^2)$ の正規性白色雑音、*M*：定数項、*a, b*：自己回帰係数である。時点*k*の需要量を q_k と書き改め、時間間隔 Δt の差分式 $\dot{q}_k = (q_{k+1} - q_k)/\Delta t$ 、 $\ddot{q}_k = (q_{k+2} - 2q_{k+1} + q_k)/\Delta t^2 \cdots (6)$ を用いて式(5)を2階の常微分方程式に変形して次式を得る。 $\ddot{q}_k + c_1 \dot{q}_k + c_2 q_k + c_3 = n(k) \cdots (7)$ ここに、 $c_1 = (2-a)/\Delta t$ 、 $c_2 = (1-a-b)/\Delta t^2$ 、 $c_3 = -M/\Delta t^2$ 、 $n(k) = u(k)/\Delta t^2$ である。式(7)において状態量として次の5個の量 $x_1 = q_k, x_2 = \dot{q}_k, x_3 = c_1, x_4 = c_2, x_5 = c_3 \cdots (8)$ を考えると、その遷移方程式は次式となる²⁾。 $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -x_2 x_3 - x_1 x_4 - x_5 + n(k), \dot{x}_3 = \dot{x}_4 = \dot{x}_5 = 0 \cdots (9)$ 。式(9)の第2式は x_1, x_2, x_3, x_4 について非線形であるから、Taylor展開し1次の項までとる。これより式(9)を時刻 Δt で離散化し、マトリックス表示すると次式の拡張カルマンフィルターの状態方程式が得られる。 $x(k+1) = \Phi(k)x(k) + S(k) + v(k) \cdots (10)$ ここに、*x*：状態量ベクトル、 Φ ：遷移行列、*S*：定数ベクトル、*v*：システム雑音。式(10)により遷移するシステム状態量*x*は、1時点先の流量や水頭の予測値と、センサ情報として実際に計測される流量、水頭とのズレ(イノベーション)をフィードバックして求められ、このときの状態量 x_1 にあたるのが需要量である。

3. 適用例とその考察 2. で述べた手法を図-1に示すような簡単な配水管網の模擬発生データに適用する。まず各節点計4個の需要量 $q_1 \sim q_4$ および節点1の外部流入量 Q_{01} 、さらに節点1の水頭 H_1 を選んでAR(2)モデルで表す。この場合式(10)の状態量*x*は、 $6 \times 5 = 30$ 次元ベクトルとなる。次にこのAR(2)モデルのパラメータおよび初期値を適当に与えて各時点毎に需要量、外部流入量、および節点1の水頭を模擬発生させ、これを用い

て流量連続条件と水頭閉合条件を満足するように各管路流量と各節点水頭を計算した。図-1の数値は、151時点における模擬発生値による流況を示す。この模擬発生値による各値を真値とし、このうち外部流入量 Q_{02} 、流量 Q_{12} 、 Q_{34} および水頭 H_3 がセンサ情報として時々刻々計測されるものとする。すなわち式(4)の $y=[Q_{02}, Q_{12}, Q_{34}, H_3]^T$ である。以上のようにして需要量、外部流入量、流量、および水頭の予測を行った結果の一部を図-2に示す。この図より観測量である外部流入量 Q_{02} については、精度良く予測されている。また非観測量であるが、水頭 H_4 の予測精度も良いといえる。流量 Q_{13} については若干のバイアスが見受けられるものの、真値の変動の傾向を大むね良く表している。需要量 q_3 については120時点までは精度良く予測しているが、120時点からは徐々に真値からはずれている。図-3は需要量 q_3 における5つの状態量のうちの未知パラメータすなわち



* 印：観測量
単位： Q, q (m^3 /hour), H (m)

図-1 配水管網図

式(8)の x_3, x_4, x_5 の同定過程を示している。この図より各パラメータとも30時点程度で、ほぼ収束している。このうち x_3 は真値からバイアスを生じて収束しており、他の需要量についても同様の傾向にあることを確認している。このバイアスの原因として、状態量 x の初期値やシステム雑音およびセンサ情報の観測雑音の分散の見積り方、計測器の配置の仕方、あるいは式(2)と式(9)の線形化に伴うtaylor展開の2次の項以降の切り捨てによる線形化誤差などが考えられるが、これについては今後更に詳しく検討していくつもりである。

4. むすび 以上のことより、需要量が2次の自己回帰モデルで表される場合にも非線形カルマンフィルターを用いて配水管網の需要量、流量および水頭の実時間での予測を行うことが可能であると考えられる。また需要量がさらに高次の自己回帰モデルで表される場合、周期関数式と自己回帰モデルの和の形で表される場合にも上述の2次の自己回帰モデルの場合と同様の操作をすることにより取り扱うことができると考える。

参考文献

- 1) 上田・神野・河村・土井；センサ情報を用いた配水管網の流量・水圧・需要量の予測，九大工学集報，第59巻，第5号，昭和61年10月。
- 2) 神田・藤田；土木学会編 新体系土木工学 26水文学 一確率論的手法とその応用一，技報堂出版，pp.238~246

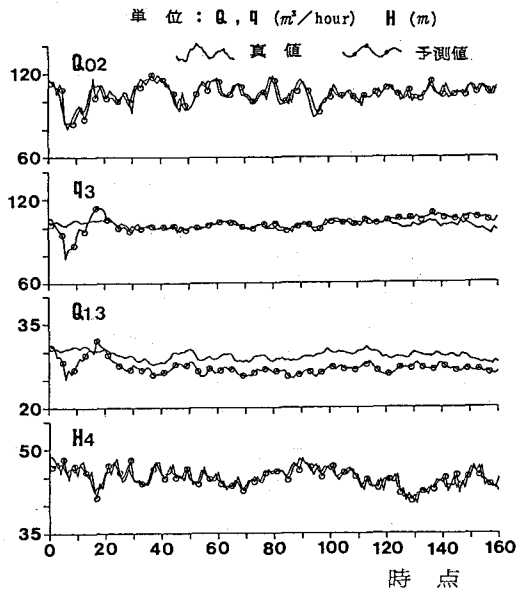


図-2 需要量、流量および水頭の真値と予測値

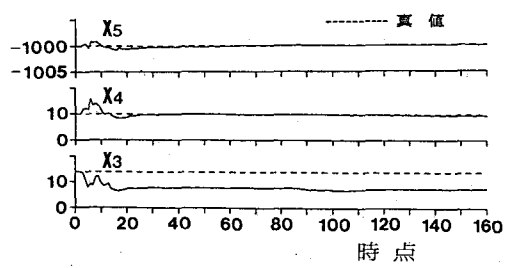


図-3 需要量 q_3 のパラメータの同定過程