

界面活性剤による表面流れについて

九州工業大学 正 員 藤崎一裕
 九州工業大学 学生員 村上貴史
 九州大学工学部 正 員 粟谷陽一

1. まえがき

水表面に界面活性剤が存在すると表面張力が低下する。活性剤の濃度の場所的な差は、表面張力の差となって、流体運動の境界条件を変化させる。同時に、流体の運動は移流や拡散を通して水表面の活性剤の濃度に影響を及ぼす。この種の現象を記述する一般的な数式モデルはまだ確立されていない。

筆者らは、以前に、表面収縮にともなう表面減速現象について検討した¹⁾が、今回は表面加速現象について同じ数式モデルを用いて数値計算を行い、その結果を今石らの実験²⁾と比較し、このモデルの妥当性を検討した。

2. 基礎式及び解法

対象とした現象は、図1に示すように、せき近傍の流出現象で、流出口近傍で表面の伸張のために表面張力が増加し、加速される現象である。

図1のように座標軸をとると、この場合の基礎方程式が以下のように表される。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} = D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{d\sigma}{dx} \quad (4)$$

$$\sigma = \sigma_0 - k \ln \left(\frac{S^*}{S^* - S} \right) \quad (5)$$

$$\frac{d}{dx} (u_s S) = D \left. \frac{\partial c}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (6)$$

$$D \left. \frac{\partial c}{\partial z} \right|_{z=0} = k_a \{ c_s (S^* - S) - a S \} \quad (7)$$

ここに、C：界面活性剤濃度、D：分子拡散係数、 τ_s ：表面せん断力、 σ_0 、 σ ：清水及び活性剤溶液の表面張力、S：表面吸着量（以下吸着量と略記） k 、 a 、 S^* 、 k_a はいずれも定数であり、添字の s

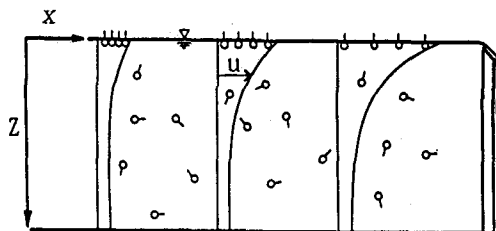


図1 座標系

は水表面における値を意味する。

(1)式が流体の運動方程式、(2)、(3)式はそれぞれ活性剤及び流体の保存則である。(4)

(6)、(7)式は水表面における式であり、(6)式は水表面での活性剤の収支を表し、(7)式右辺には活性剤の吸着速度過程が考慮されている。式の取扱を簡略化するため、独立変数を x, z から x, ψ に変換すると、以下の式が得られる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\nu}{2} \frac{\partial^2 u^2}{\partial \psi^2} \quad (8)$$

$$\frac{\mu}{2} \frac{\partial u^2}{\partial \psi} = -\frac{d\sigma}{dx} \quad (9)$$

$$\frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial}{\partial \psi} \left(u \frac{\partial c}{\partial \psi} \right) \quad (10)$$

$$\frac{d}{dx} (u_s S) = D u \left. \frac{\partial c}{\partial \psi} \right|_{\psi=0} \quad (11)$$

$$D u \left. \frac{\partial c}{\partial \psi} \right|_{\psi=0} = k_a \{ c_s (S^* - S) - a S \} \quad (12)$$

ただし

$$\psi = \int u dz \quad (13)$$

であり、(1)式の $\partial p / \partial x = 0$ とした。

(8)～(12)式と(4)、(6)式を差分表示して、数値解を求める。

計算方法の概略は、まず① $x=0$ における S を仮定する。ついで ② $x+\Delta x$ における表面流速を仮定し、

(8)、(10)、(11)、(12)式から $x+\Delta x$ における S 、 C を求めて、(5)式から $\sigma(x+\Delta x)$ を求める。③得られた σ の値を用いて、(8)、(9)式から $x+\Delta x$ における表面流速 u_s^* を計算する。④ $|u_s^* - u_s|/u_s$ が一定値以下になるまで、 u_s について逐次近似を行う。同様の操作を Δx ごとに順次下流に向かって進める。下流端部の条件と計算結果が一致しない場合は①の $x=0$ における S を仮定しなおして ②以下の計算を繰り返す。

3. 結果と考察

図2に表面流速の増加過程を、図3に吸着量 S の変化とそれとともなう表面張力の増加の様子を、また図4には水面近傍の流速分布と濃度分布の例を示す。図中にプロットした点は今石らの実験結果で、界面活性剤としてはドデシルベンゼンスルホン酸ソーダ(分子量348.48)が用いられている。計算に用いた定数値は、 $a=0.0177\text{mol/m}^2$ 、 $\nu=1.15 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ 、 $\mu=1.15 \times 10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、 $D=4.9 \times 10^{-10}\text{m}^2/\text{s}$ 、 $\sigma_0=73.0\text{mN/m}$ 、 $k_a=1.0$ 、 $S^*=1.59 \times 10^{-6}\text{mol/m}^2$ で流速計算時のきざみは $\Delta x=0.5 \times 10^{-3}\text{m}$ 、 $\psi=2.5 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$ 、濃度計算時のきざみは $\psi=0.2 \times 10^{-7}\text{m}^2/\text{s}$ とした。

これらの図から、ここで対象とした表面加速現象の概略を知ることができる。同時にここで用いたモデルが実測値を再現しうることが分かる。

(12)式の定数 k_a は界面活性剤の吸着速度過程に関与する定数で、この値が ∞ のとき Langmuir の吸着平衡式が成立することになる。今石らは(1)式の左辺第2項と(2)式の左辺第1項を省略した式を用いて彼らの実験結果を検討して、この k_a の値が表面加速過程に大きな影響を及ぼすことを報告している。図5に本報で用いたモデルによる u_s の増加に及ぼす k_a の影響を示した。本報では実測値との比較に $k_a=1.0$ の値を用いたが k_a についてはほとんど調べられていない状況であり、今後の検討を要する。

なお、本研究に協力された九州工大生の中濃耕司君、野間泰明君に感謝する。

参考文献

- 1) 藤崎、白浜、粟谷 土木学会第40回年講 昭60年9月 pp.369~370
- 2) 今石、中村、庄野、井野、宝沢、藤縄 化学工学論文集 第8巻第2号 1982 pp.136~143

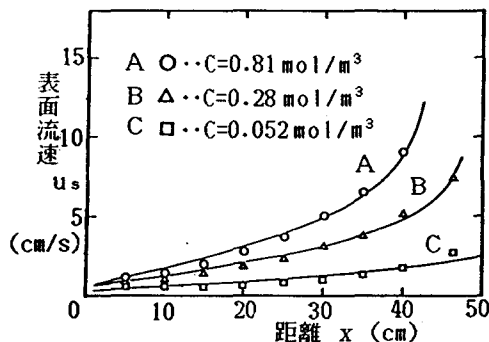


図2 表面流速分布

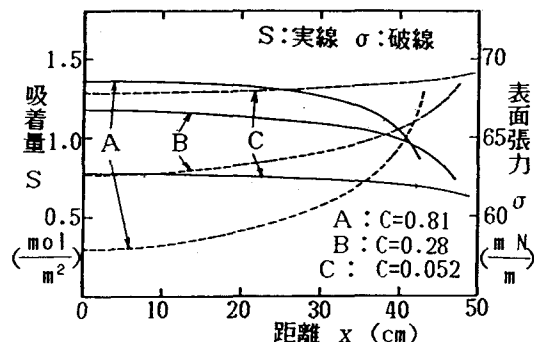


図3 吸着量及び表面張力

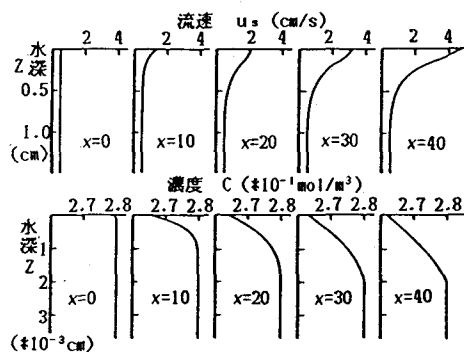


図4 流速及び濃度分布

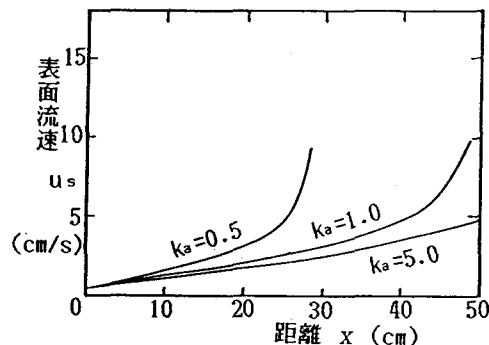


図5 定数 k_a の影響