

## 開水路流れにおける沈澱をとまなう粒子の分散

九州工業大学 正 員 藤崎一裕  
九州工業大学 学生員 谷川弘樹  
九州大学工学部 正 員 栗谷陽一

## 1. まえがき

開水路乱流中における沈降性粒子の移流分散現象について調べた。筆者らは以前にこの現象に関して、水路床に達した粒子が完全沈降する場合と、逆に完全に反射する場合の2つの場合の解の線形結合として現象を考察した。この手法は水路床における条件の取り扱いに近似を用いており、とくに粒子の沈積が少ない場合に誤差が大きくなる。そこで本報では基礎式を直接数値的に解くことにより解を求めた。

粒子クラウドの平均移流速度や移流分散係数と沈降のパラメータとの関係を求め、実験により解析結果を検証した。

## 2. 基礎式

流下方向に  $x$  軸、これに垂直に(上方に)  $y$  軸をとると、この場合の基礎式である粒子保存則は無次元表示で

$$\frac{\partial C}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial C}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left( \bar{D} \frac{\partial C}{\partial \bar{y}} + ZC \right) \quad (1)$$

$$\bar{y}(1-\bar{y}) \frac{\partial C}{\partial \bar{y}} + ZC = 0; \bar{y} = 1 \quad (2.1)$$

$$\bar{y}(1-\bar{y}) \frac{\partial C}{\partial \bar{y}} + (1-\alpha)ZC = 0; \bar{y} = \bar{y}_0 \quad (2.2)$$

となる。流れの場合には、対数則を仮定した。

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{y_0} \quad (3)$$

$$D = \kappa u_* y (1-y/h) \quad u_* : \text{摩擦速度} \quad (4)$$

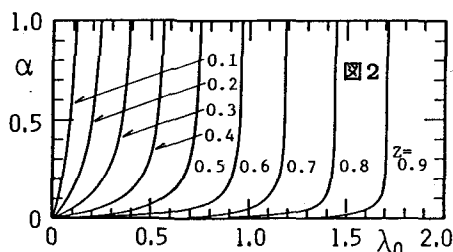
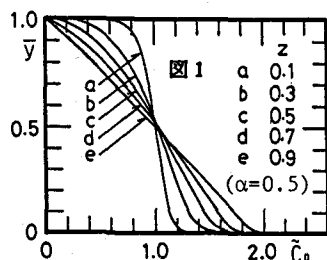
ここに  $\bar{t} = t/(h/(\kappa u_*))$ ,  $\bar{x} = x/h$

$$\bar{y} = y/h, \bar{y}_0 = y_0/h, \bar{u} = u/(\kappa u_*) \quad (5)$$

$$\bar{D} = D/(\kappa u_* h) = \bar{y}(1-\bar{y}), Z = w_0/(\kappa u_*)$$

また、 $u$ : 流速、 $c$ : 粒子濃度、 $D$ : 乱流拡散係数、 $h$ : 水深、 $w_0$ : 粒子の沈降速度、 $y_0$ :  $u=0$  となる高さである。

(2.2) 式の  $\alpha$  は bed absorbancy coefficient とよばれ、水路床に達した粒子がそこに沈積する確率に対応し、 $\alpha=1$  は完全沈降、 $\alpha=0$  は完全反射を意味する。



分散係数を求めるため、(1) 式の解を、流下方向に濃度勾配がない場合の解  $\tilde{C}$  とその補正項  $\hat{C}$  とを用いて次式で近似する。

$$C(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = \tilde{C}(\bar{y}, \bar{t}) (1 + K\bar{x}_1) + \hat{C}(\bar{y}, \bar{t}) \quad (6)$$

$$\text{ここに } K = \frac{1}{\langle C \rangle} < \frac{\partial C}{\partial \bar{x}_1} > \approx \frac{1}{\langle C \rangle} \frac{\partial \langle C \rangle}{\partial \bar{x}} \quad (7)$$

$$\bar{x}_1 = \bar{x} - \bar{U}_* \bar{t}$$

$$\langle * \rangle \equiv \int_{\bar{y}_0}^1 * d\bar{y}$$

である。

まず、次式の解として  $\tilde{C}$  を求める。

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left( \bar{D} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \bar{y}} + Z\tilde{C} \right) \quad (8)$$

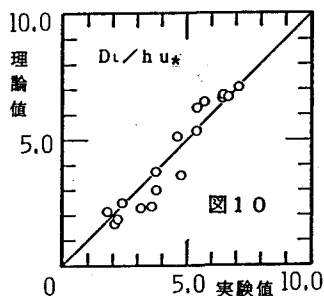
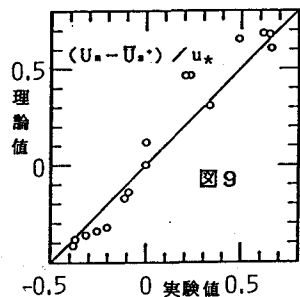
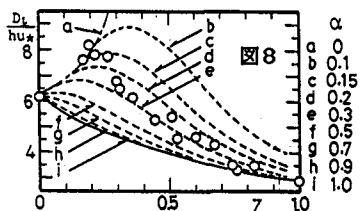
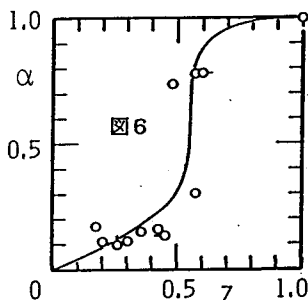
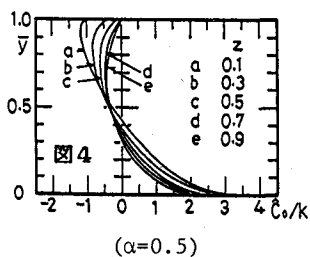
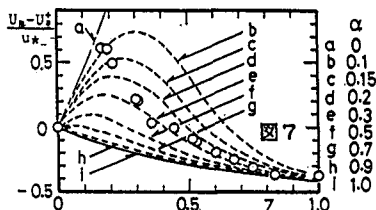
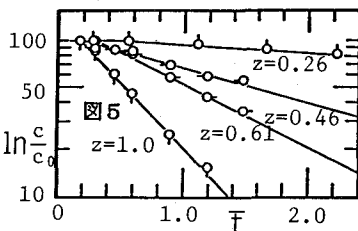
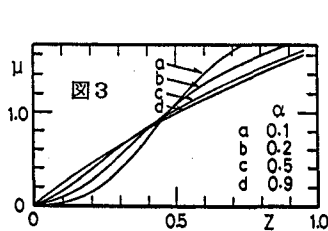
変数分離の手法を用いると(8)式より

$$\tilde{C}_0 = A_0 \tilde{C}_{00} \exp(-\lambda_0 \bar{t}) + A_1 \tilde{C}_{01} \exp(-\lambda_1 \bar{t}) + \dots \quad (9)$$

が得られる。現象が移流分散過程として考慮できるのは流れが十分に発達した後のことであるから、(9)式の高次項は省略して考える。図1に  $\tilde{C}_0$  ( $= \tilde{C}_{00}$ )、図2に  $\lambda_0$  の計算例を示す。

このとき、粒子の平均移流速度  $\bar{U}_*$  は(10)式で与えられる。

$$\bar{U}_* = \frac{\int_{\bar{y}_0}^1 \tilde{C}_0 \bar{u} d\bar{y}}{\int_{\bar{y}_0}^1 \tilde{C}_0 d\bar{y}} \quad (10)$$



つぎに、 $\hat{c}_0$ を用いて $\hat{c}$ を求めるため

$$c = \{\hat{c}_0(1+Kx_1) + \hat{c}_0\} \exp(-\lambda \bar{t}) \quad (11)$$

$$\lambda = \lambda_0 + K\mu \quad (12)$$

とおく、(12)式は、流下方向濃度勾配が濃度減少に及ぼす影響を考慮して、 $\lambda_0$ を補正することを意味する。

(11)式を(1)式に代入して、 $\mu$ 、 $\hat{c}_0$ が求まる、これらの値を図3、4に示した。

この場合の分散係数 $D_L$ は次の(13)式で求められ、(14)式の型で用いられる。

$$\frac{D_L}{hu_*} \frac{\partial \langle C \rangle}{\partial x} = -K \langle \hat{u}_s \hat{c} \rangle, (\hat{u}_s = \bar{u} - \bar{u}_s) \quad (13)$$

$$\frac{\partial \langle C \rangle}{\partial \bar{t}} + (\bar{u}_s + \mu) \frac{\partial \langle C \rangle}{\partial x} = \bar{D}_L \frac{\partial^2 \langle C \rangle}{\partial x^2} - \lambda_0 \langle C \rangle \quad (14)$$

(14)式は濃度勾配のために粒子クラウドにみかけの加速 $\mu$ が生じることを示す。

### 3. 実験及び考察

幅40cm、長さ8mの開水路を用いて粒子クラウドの分散係数と平均移流速度を求めた。実験時の平均流速は0.2~0.5m/sで、水深は3~5.0cmでそれを調節して、必要な水理条件を設定した。粒子トレーサとしてポリ塩化ビニル樹脂粉末と粉碎したけい砂等を用いた。(平均沈降速度、1.00 cm/s~0.172 cm/s)このとき分散係数は粒子クラウドの広がり、つまり標準偏差の時間( $t$ )的变化から次式で求めた。

$$D_L = \frac{1}{2} \frac{d\sigma^2}{dt} \quad (15)$$

一方、水路上流端部で定常的に投入された粒子の流下方向の濃度変化を測定すること(図5)により、(9)式の $\lambda_0$ を求め、この $\lambda_0$ と図2により $\alpha$ と $Z$ との関係を求めて図6に示した。図6中の実験値にあてはめた $\alpha$ と $Z$ との関係を用いると、図7、8より与えられた $Z$ に対する粒子クラウドの平均移流速度 $\bar{u}_s^+$  ( $\bar{u}_s^+ = \bar{u}_s + \mu$ )や分散係数 $D_L$ を理論的に求めることができる。図9、10にこのようにして求めた $\bar{u}_s^+$ と $D_L$ の理論値と実験値とを比較して示した。

なお、本研究の実験に協力された九州工大生の吉武範幸君に感謝する。

### 参考文献

- 1) Fujisaki, Abe and Awaya, "Longitudinal Dispersion of Suspended Sediment", Proc. of 5th Congress, APD, IAHR, Aug, 1986, pp.409-423