

3次元有限要素法を用いた不飽和浸透計算の精度について

長崎大学工学部 学生員 ○ 市川 義 隆
 長崎大学工学部 学生員 尾長谷 孝 之
 長崎大学工学部 正 員 野 口 正 人

1. まえがき

地表条件の違いに応じた土中浸透量を正しく見積もることは、流出解析を行う上で欠かすことができない。そのため、従来から、飽和・不飽和浸透域での土中水の挙動を明らかにしようとした多数の試みがなされてきたが、3次元解析については未だ十分に行われていたとはいえない。著者らは、ここ数年、水文資料が乏しい地域での流出解析法について検討中であり、不均質な地表条件のもとで側方流を正しく評価するためにも、土中水の3次元取扱いが必要とされる。

上述されたことから、本論では、3次元有限要素法を用いた不飽和浸透流の計算精度について若干の考察を行った。

2. 土中浸透流の3次元数値解析モデル

空間的に不均質な地表条件の違いによる土中浸透流を模擬するためには、3次元モデルに依らなければならない。

不飽和域における体積含水率は、よく知られている次式で表現される。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left[D_{ij} \frac{\partial \theta}{\partial X_j} + K_{ij} \frac{\partial Z}{\partial X_j} \right] \quad (1)$$

$$D_{ij} = K_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \quad (2)$$

ここに、 θ : 体積含水率、 ϕ : 圧力水頭、 K_{ij} : 透水係数、 D_{ij} : 拡散係数、 Z : 鉛直上向き座標である。

上式を数値解析するため、図-1に示された四面体要素に対して Galerkin法を用いて離散化した基礎式を求めた。¹⁾ただ、ここでは計算の簡略化のため、4節点の値を用いた線形補間式を採用したことにより、軸方向の水分フラックスは要素ごとに一定値を取る。

$$v_i = -D_{ij} \frac{\partial \theta}{\partial X_j} - K_{ij} = -D_{ij} a_{j1n} \theta_n - K_{ij} \quad (3)$$

ここに、 a_{mn} は次式のように置かれた。 $a_{mn} = (1, X_{1n}, X_{2n}, X_{3n})^{-1} \quad (4)$

なお、(3)式中の不飽和透水係数や拡散係数は体積含水率の関数として表されるが、本論における計算においては Campbell の式が用いられた。²⁾

3. 3次元数値解析の計算精度

数値解析の計算精度について検討するため、図-2に示されたように、鉛直方向に10層の99節点240要素からなる4本の四角柱領域をとり、まず、地表面での被覆状態を変化させて計算を行った。入力として使用さ

れた降雨は、昭和60年10月11日に兵底試験流域で観測された豪雨であり、最大時間雨量は58.0mm、日雨量は95.5mmであった。このときの30分間降雨強度は、図-3に示されている。なお、図中に示された浸透能は、Hortonの式を用いて計算された。すなわち、降雨強度： γ 浸透能： f^* とすれば、地表面での浸透フラックスは次式で与えられる。

$$f = \begin{cases} r & (r < f^*) \\ f^* & (f \geq f^*) \end{cases} \quad (5)$$

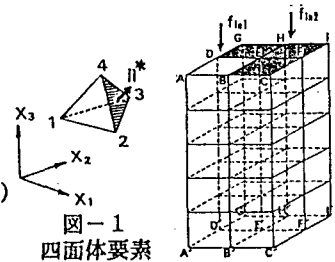
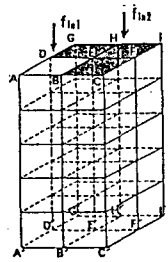
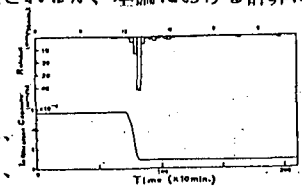
図-1
四面体要素図-2
流域モデル

図-3

詳しく検討するため、ABDE面のみが良透水性で、周りが難浸透性表面である場合の計算結果を図-4に示した。含水率の時間的・空間的变化の様子は、降雨初期には、体積含水率の鉛直分布は、空間的に大きく異なり、地表付近の浸透特性の違いによる影響が顕著である。しかしながら、時間の経過とともに含水量の違いによって生ずる側方流が卓越し、体積含水率は横方向に一様化する傾向にある。図-5は、ABDE面にわたる平均的な含水率の分布を、1次元的に計算された分布と比較したものである。ところで、水平方向の水分フラックスは、(3)式の右边第一項として表されるが、前述されたように、4節点四面体要素を用いたときには、この値は要素ごとに一定となる。従って、各面でのフラックスは、隣接要素の値の加重平均により計算されるべきものと理解される。ここで、上述の計算方法によって求められた時間に対応する地表の第1層より第3層までの水平方向水分フラックスを示せば、表-1の通りである。また、図-6に第1層の流束ベクトルが示されているが、全体的には直観されるものと一致している。このとき、BEの面を通過する土中水は(i)，(ii)の加重平均量として解釈されるが、体積要素の形状が一般的な形をした場合には、隣接要素の形状を考慮した配分率の検討が必要である。一方、本論で示された計算プログラムの妥当性を調べるため、ここでは述べられなかったが、鉛直一次元問題を解き、計算精度の検討を行った。その結果計算領域の各境界面を通過する流入フラックスを各節点に配分する、(4)式の Q_m の計算が、離散化誤差に大きく影響することが分かった。そのため、境界面の形状に応じて、配分割合を入力し、計算精度の向上が図られた。

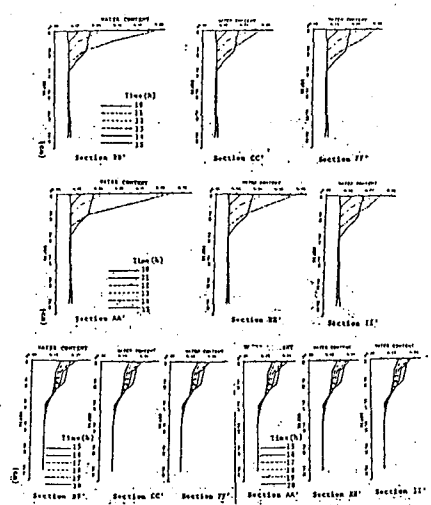


図-4 体積含水率の鉛直分布

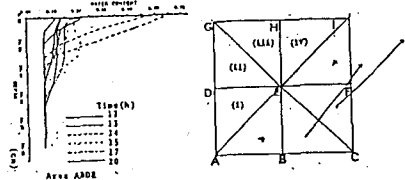


図-5

図-6

Layer	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
	Flux (cm/s)			
1	0.1185-6	0.8678-5	0.8698-6	0.1312-6
2	0.0872-6	0.1568-5	0.1558-5	0.0948-6
3	0.0125-6	0.0068-5	0.0058-5	0.0178-6
Layer	Angle (rad.)			
	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
1	-1.17	-0.78	-0.78	-1.12
2	-1.57	-0.75	-0.70	-1.44
3	-1.57	-0.93	-0.70	-0.70

表-1

4. あとがき

不均質な土中浸透流を3次元的に模擬する際の計算精度に関して、若干の検討を行った。その結果、境界面要素での水分フラックスの各節点への配分法や、離散方式に対して、要求された計算精度に応じた配慮が必要なることが示された。

参考文献

- 1) 野口正人・米倉広幸：地表条件の違いに応じた土中浸透量の評価，第32回水論，1988
- 2) G.S.Campbell：A simple method for determining unsaturated conductivity from a moisture retention data, Soil Science, Vol.117, No.6, 1974