レーダ雨量情報を用いた短時間降雨予測について（第４報）

九州大学　正員　森山　聡之
九州大学　○学生員　石橋　仁嗣
九州大学　正員　平野　宗夫
九州大学　　天本　豊子

１．目的

前報[1)]までは、降雨予測にカルマンフィルターを適用する手法を行った。しかし、無降雨の部分があると空間差分を直接適用しているためにフィルターが不安定になるので、レーダの観測範囲のほとんどが降雨で覆われている場合にのみしか適用できなかった。また全ての点の降雨を予測するためには、各点毎に点の数だけ個別に並列計算する必要があった。そこでこれらの問題点を解消するために本研究では移流拡散方程式をフーリエ級数展開し常微分方程式に変形して、初期値及び境界条件は不明とし、レーダデータをもとに２次フィルターを用いて流速・拡散係数・一次反応係数及び各波数の係数を逐次同定しながら雨滴の濃度を予測する手法を開発した。これを１次元レーダデータに適用し、その結果を検討したものである。

２．計算手法

次のような定係数移流拡散確率微分方程式を考える。

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} + u\frac{\partial C(x,t)}{\partial x} = D\frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} - \gamma C(x,t) + \alpha\varepsilon(x,t) \qquad (1)$$

$C(x,t)$：雨滴濃度、u：流速、D：拡散係数、γ：一次反応係数、α：システム雑音強度、$\varepsilon(x,t)$：一定のスペクトル密度をもつ平均値０の正規性白色雑音

$C(x,t), \varepsilon(x,t)$をフーリエ級数に展開する。

$$C(x,t) = M(t)+\sum_{m=1}^{\infty}[A_m(t)\sin(\frac{2\pi mx}{l})+B_m(t)\cos(\frac{2\pi mx}{l})] \qquad (2)$$

$$\varepsilon(x,t) = \sum_{m=0}^{\infty}[E_m(t)\sin(\frac{2\pi mx}{l})+F_m(t)\cos(\frac{2\pi mx}{l})] \qquad (3)$$

式(2),(3)を(1)に代入すると、$M(t)$ 及び波数mに対するフーリエ級数に関する連立常微分方程式が、次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{dM(t)}{dt} \\ \frac{dA_m(t)}{dt} \\ \frac{dB_m(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -D(\frac{2\pi mx}{l})^2-\gamma & u\frac{2\pi mx}{l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -u\frac{2\pi mx}{l} & -D(\frac{2\pi mx}{l})^2-\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(t) \\ A_m(t) \\ B_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha E_m(t) \\ \alpha F_m(t) \end{bmatrix} \qquad (4)$$

u, D, γ が未知であるので、式(4)に次式を付け加える。

$$\frac{du}{dt} = 0 \;,\; \frac{dD}{dt} = 0 \;,\; \frac{d\gamma}{dt} = 0 \qquad (5)$$

式(4)は、u,D,γ,M に対して非線形であるので、テイラー展開し２次の項までとる二次フィルター理論を用いる。そのシステム方程式は式(4),(5)に対してその状態量を状態量の推定値 $W(t)$に置き換え、バイアスコレクション $\mu(t)$を加えたものとなる。$\mu(t)$は、次式で計算される。

$$\mu(t) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \varphi_i \mathrm{tr}[F_i(W(t))\cdot S(t)]$$

$$= \left[0,0,0,-S_{3,4}, \frac{2\pi m}{l}S_{1,2m+4}-(\frac{2\pi m}{l})^2 S_{2,2m+3}-S_{3,2m+3}, -\frac{2\pi m}{l}S_{1,2m+3}-(\frac{2\pi m}{l})^2 S_{2,2m+4}-S_{3,2m+4}\right]^T$$

φ_i：i行が1で他の要素は0である列ベクトル、$F_i(W(t))$：ヘジアン行列、$S(t)$：誤差共分散行列

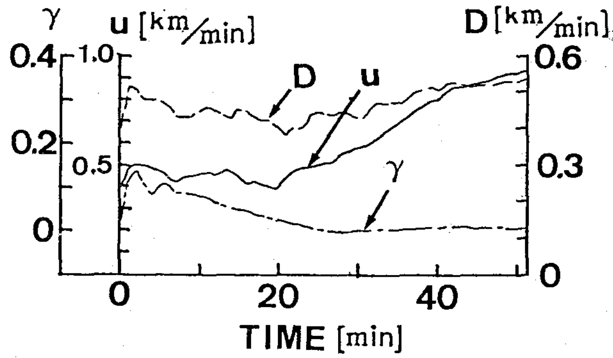
任意の x_i 地点における観測方程式は、次式となる。

$$C(x_i,t) = \left[0,0,0,1,\ \sin\left(\frac{2\pi m}{l}x_i\right),\ \cos\left(\frac{2\pi m}{l}x_i\right)\right] \cdot \left[u, D, \gamma, M(t), A_m(t), B_m(t)\right]^{T} + V(x_i,t)$$

ここに、Tは転置行列を表し、$V(x_i,t)$は観測雑音である。

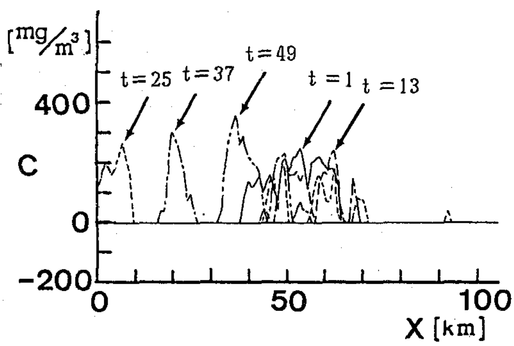
3．適用例及び考察

レーダデータの1次元部分を100個取り出し、移動している降雨セルの断面を追跡させた。フーリエ級数展開の波数mは20としu=0.4(Km/min), D=0.4(Km/min), γ=0.02(1/min), Δt=1(min), l=100(Km)としてA_m, B_m の初期値はフーリエ展開で求めた。またα=1とし誤差共分散行列の対角要素は 0.7、それ以外は 0.15、観測及びシステム雑音共分散行列の対角要素は、それぞれ36.0、4.0 非対角要素は0とした。また、微分方程式の解法は全てルンゲクッタ法を用いた。図－1～図－3に、その結果を示す。

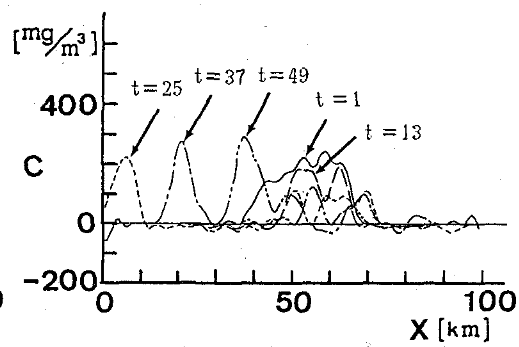


図－1　u, D, γ の同定過程

図－2、3より予測値はレーダデータをかなり精度良く予測していることが判る。



図－2　レーダデータ



図－3　フィルタリング結果

4．結論

本研究における移流拡散方程式を波数空間に展開する方法は、無降雨のデータが多く含まれる場合に有効である事が判った。また基本波長と波数を適切にとることにより、空間差分から直接計算するより、高周波成分が少ない分だけ計算量が大幅に減少する。この手法を2次元、3次元のレーダデータに適用すれば降雨予測の精度と計算速度がかなりの向上を見せると思われる。

<謝辞>

本研究を遂行するにあたり、理論及び実践両面にわたり常に適切なアドバイスを頂いた九州大学工学部水工土木学科河村明助手に謝意を表する次第である。

<参考文献>

1）平野、森山、陣内、MIRANDA.M：土木学会西部支部、1987.3,pp.286-287

2）Athans,M. Wishner, R.P. & Bertolini,A.(1968):Suboptimal state estimation for continuous-time nonliner system from discrete noisy measurements. IEEE Trans. on AUTOMATIC CONTROL VOL.AC-13,NO.5,pp.504-514

3）神野、上田、安田：第30回水理講演会論文集、1986.2,pp.313-318